

# CHAPITRE 3

## Réseaux hyperfréquences

Le but principal de ce chapitre est d'introduire les concepts de réseaux appliqués aux circuits hyperfréquences. Ces réseaux, comme les paramètres ABCD, permettent de réaliser des circuits complexes à partir d'éléments plus simples. Les techniques d'analyse de réseaux permettent d'utiliser les concepts de tension et courant pour analyser des circuits hyperfréquences, plutôt que d'appliquer les équations de Maxwell.

Les techniques d'analyse des réseaux hyperfréquences ont été principalement développées dans les années 40, pour appliquer aux systèmes radar.

### 3.1 Le concept d'impédance

Le concept d'impédance est utilisé plusieurs fois, dans plusieurs types d'applications. Le terme *impédance* a été utilisé pour la première fois par Olivier Heaviside, pour décrire le rapport complexe de  $V/I$  dans les circuits CA. Ce concept est rapidement devenu indispensable pour l'analyse de circuits.

Dans les années 30, Schelkunoff a démontré que le concept pouvait être appliqué aux champs électromagnétiques. L'impédance est une caractéristique du type de champ, et du milieu. L'impédance peut même dépendre de la direction de propagation. C'est un lien important entre la théorie des champs et les lignes de transmission, et la théorie des circuits.

On utilise trois types d'impédance dans les circuits hyperfréquences :

- **Impédance intrinsèque du milieu** :  $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  Cette impédance dépend seulement

des caractéristiques du milieu. C'est aussi l'impédance d'une onde plane.

- **Impédance d'onde** :  $Z_w = E_t/H_t$  Cette impédance dépend du type d'onde ; les ondes TEM, TE et TM auront des différentes impédances, qui peut dépendre du guide, matériau et/ou fréquence.
- **Impédance caractéristique** :  $Z_0 = \sqrt{L/C}$  C'est le rapport de la tension sur le courant pour une ligne de transmission, pour l'onde TEM.

## 3.2 Matrice d'impédance $Z$

De façon générale, pour un circuit hyperfréquence quelconque, on a le circuit de la figure 3.1. Les entrées et les sorties sont appelées des *ports*. Typiquement, le port 1 est l'entrée, et le port 2 est la sortie. On cherche une façon pour relier les entrées aux sorties.

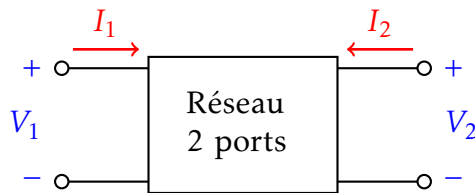


FIGURE 3.1 – Réseau hyperfréquences à 2 ports

Un circuit peut avoir plus de 2 ports ; les résultats présentés s'appliquent aux circuits à  $n$  ports.

La matrice d'impédances  $Z$  permet de relier les tensions aux courants.

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{array} \right\} [V] = [Z][I] \quad (3.1)$$

L'impédance  $Z_{ii}$  est l'impédance d'entrée du port quand les autres ports sont terminés par des circuits ouverts. L'impédance  $Z_{ij}$  représente l'impédance entre un port et l'autre. On peut calculer les paramètres  $Z$  par l'une de deux méthodes.

**Méthode 1**

Selon l'équation 3.1, pour calculer les paramètres  $Z$ , on applique des circuits ouverts ( $I = 0$ ) à un port, puis on calcule un rapport  $V/I$  :

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} & Z_{12} &= \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} \\ Z_{21} &= \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} & Z_{22} &= \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} \end{aligned} \tag{3.2}$$

On applique  $I_1 = 0$  ou  $I_2 = 0$ .

**Méthode 2**

Selon l'équation 3.1, on peut aussi appliquer des sources de courant de 1A, et appliquer des circuits ouverts à l'autre port. On mesure alors la tension à un port.

$$\begin{aligned} Z_{11} &= V_1 \Big|_{I_1=1, I_2=0} & Z_{12} &= V_1 \Big|_{I_1=0, I_2=1} \\ Z_{21} &= V_2 \Big|_{I_1=1, I_2=0} & Z_{22} &= V_2 \Big|_{I_1=0, I_2=1} \end{aligned} \tag{3.3}$$

La principale utilité des paramètres  $Z$  est de calculer l'impédance d'entrée d'un port. On peut aussi s'en servir pour mettre des circuits en série, comme à la figure 3.2.

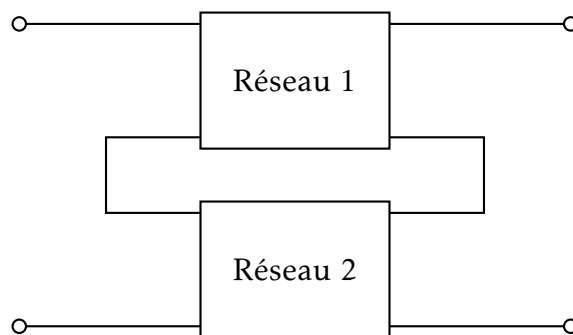


FIGURE 3.2 – Circuits en série

Dans le cas de deux circuits qui sont branchés comme à la figure 3.2, la matrice d'impédance permet de faire un calcul simple :

$$[Z_T] = [Z_1] + [Z_2] \tag{3.4}$$

### 3.3 Matrice d'admittance $Y$

La matrice d'admittance permet de relier les courants aux tensions du circuit de la figure 3.1.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 &= Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{aligned} \right\} [I] = [Y][V] \quad (3.5)$$

De la même façon que la matrice  $Z$ , il y a deux méthodes utilisées pour calculer les paramètres  $Y$ .

#### Méthode 1

Selon l'équation 3.5, pour calculer les paramètres  $Z$ , on applique des court-circuits ( $V = 0$ ) à un port, puis on calcule un rapport  $I/V$  :

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} & Y_{12} &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \\ Y_{21} &= \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} & Y_{22} &= \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \end{aligned} \quad (3.6)$$

On applique  $I_1 = 0$  ou  $I_2 = 0$ .

#### Méthode 2

Selon l'équation 3.5, on peut aussi appliquer des sources de tension de 1V à un port, et appliquer des court-circuits à l'autre port. On mesure alors le courant à un port.

$$\begin{aligned} Y_{11} &= I_1 \Big|_{V_1=1, V_2=0} & Y_{12} &= I_1 \Big|_{V_1=0, V_2=1} \\ Y_{21} &= I_2 \Big|_{V_1=1, V_2=0} & Y_{22} &= I_2 \Big|_{V_1=0, V_2=1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

La matrice  $Y$  est l'inverse de la matrice  $Z$ . Si on résout :

$$[V] = [Z][I] \quad (3.8)$$

on obtient,

$$[I] = [Z]^{-1}[V] \quad (3.9)$$

et alors,

$$[Y] = [Z]^{-1} \quad (3.10)$$

La matrice Y permet de combiner des circuits en parallèle, comme à la figure 3.3.

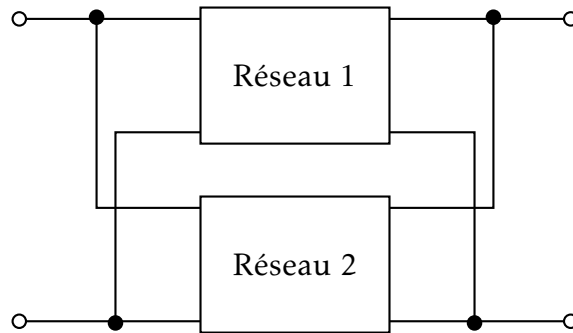


FIGURE 3.3 – Circuits à 2 ports en parallèle

### 3.4 Matrice ABCD

La matrice ABCD permet de relier les entrées d'un circuit aux sorties. Elle est seulement définie pour les circuits à 2 ports. La définition des entrées et sorties est un peu différente des autres types de matrices. Le courant  $I_2$  sort du port 2, au lieu d'y entrer, comme à la figure 3.4.

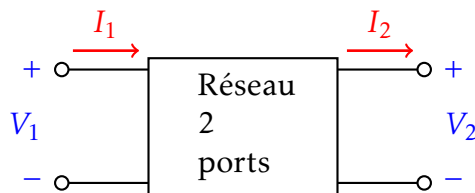


FIGURE 3.4 – Circuit à 2 ports pour la matrice ABCD

La matrice ABCD est très utile, puisque beaucoup de circuits sont constitués de circuits à 2 ports en cascade.

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= AV_2 + BI_2 \\ I_1 &= CV_2 + DI_2 \end{aligned} \right\} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Pour calculer les paramètres ABCD, on utilise l'une de 2 méthodes, comme c'est le cas pour les matrices Z et Y.

**Méthode 1**

Selon l'équation 3.11, pour calculer les paramètres ABCD, on applique un court-circuit ( $V = 0$ ) ou un circuit ouvert ( $I = 0$ ) à un port, puis on calcule le rapport approprié :

$$\begin{aligned}
 A &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} & B &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{V_2=0} \\
 C &= \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} & D &= \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_2=0}
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

On applique  $I_1 = 0$  ou  $I_2 = 0$ .

**Méthode 2**

Selon l'équation 3.11, on peut aussi appliquer des sources de tension de 1V à un port ou une source de courant de 1A, et appliquer des court-circuits à l'autre port ou des circuits ouverts. On mesure alors le paramètre approprié.

$$\begin{aligned}
 A &= V_1 \Big|_{V_2=1, I_2=0} & B &= V_1 \Big|_{V_2=0, I_2=1} \\
 C &= I_1 \Big|_{V_2=1, I_2=0} & D &= I_1 \Big|_{V_2=0, I_2=1}
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

La matrice ABCD permet de calculer la matrice d'un circuit en cascade, comme à la figure 3.5.

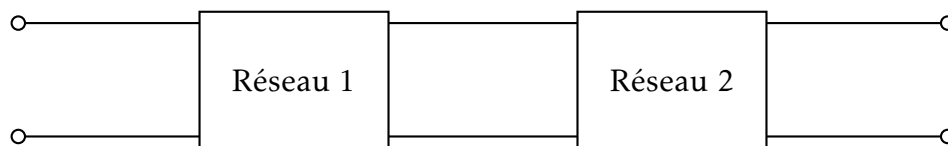


FIGURE 3.5 – Circuits à 2 ports en cascade

On peut combiner ces circuits en utilisant les matrices ABCD. Il faut multiplier les matrices, en ordre :

$$[ABCD]_T = [ABCD]_1 \times [ABCD]_2
 \tag{3.14}$$

L'utilité des matrices ABCD vient du fait qu'on peut construire des circuits complexes avec seulement quelques circuits de base. Le tableau 4.1 p.185 du manuel de Pozar montre des exemples de circuits de base.

Comme exemple, une simple multiplication matricielle permet de construire un circuit plus complexe dans le circuit de la figure 3.6.

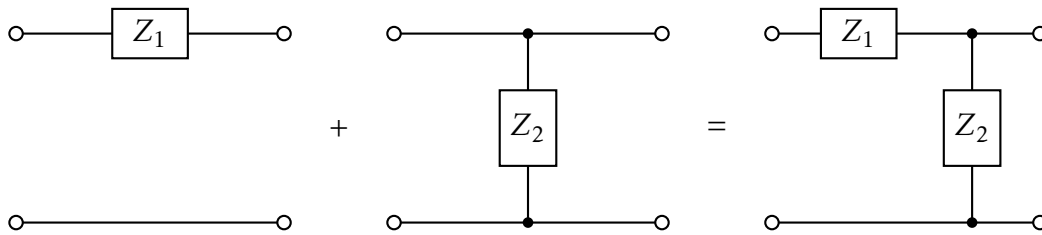


FIGURE 3.6 – Exemple d’application des paramètre ABCD

La matrice totale est :

$$\begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.5 Paramètres S

Bien que les matrices Z, Y et ABCD soient utiles, il est difficile de les utiliser de façon pratique pour des circuits hyperfréquences. Ces trois types de matrices nécessitent des court-circuits ( $V = 0$ ) ou des circuits ouverts ( $I = 0$ ). À des fréquences élevées ( $> 100\text{MHz}$  environ), il est difficile d’obtenir des bons circuits ouverts ou court-circuits.

Il est aussi difficile de mesurer des tensions et courants à des fréquences élevées. Par contre, il est relativement facile de mesurer des ondes à l’aide de coupleurs directionnels. Pour ces raisons, on utilise une matrice de dispersion (*scattering matrix*) pour caractériser les circuits hyperfréquences. On applique une onde au circuit, et on mesure l’onde réfléchie. Les paramètres S sont définis pour des circuits à  $N$  ports. On les mesure avec un appareil appelé un *analyseur de réseau* (*network analyser*). Une fois les paramètres S mesurés, on peut les convertir à d’autres paramètres si nécessaire, pour combiner des circuits.

Les paramètres S sont obtenus en envoyant une onde à un port, et en mesurant l’onde réfléchie au même port, et l’onde qui sort du deuxième port, comme à la figure 3.7.

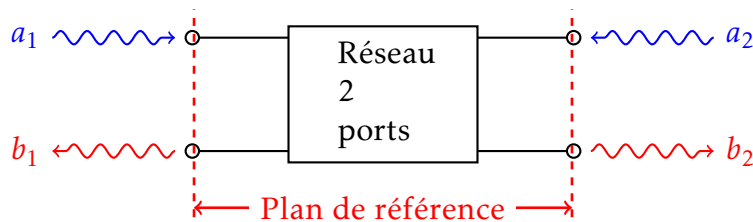


FIGURE 3.7 – Circuits à 2 ports pour mesurer des paramètres S

Les paramètres S relient les ondes qui sortent des ports aux ondes qui entrent.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Par contre, les paramètres S varient selon la terminaison utilisée aux ports, et ils dépendent du plan de référence utilisé. Il est important de noter le plan de référence utilisé lors des mesures. Pour obtenir les paramètres :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = \left. \frac{V_1^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} & S_{12} &= \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \left. \frac{V_1^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0} \\ S_{21} &= \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = \left. \frac{V_2^-}{V_1^+} \right|_{V_2^+=0} & S_{22} &= \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} = \left. \frac{V_2^-}{V_2^+} \right|_{V_1^+=0} \end{aligned} \quad (3.17)$$

où  $V_i^+$  veut dire l'onde incidente et  $V_j^-$  est l'onde réfléchi. Pour avoir une onde incidente nulle lors de la mesure à un port, il faut que le port soit terminé par une charge adaptée. Typiquement, le système de mesure est  $50\Omega$ , et donc il doit avoir une charge de  $50\Omega$  aux ports.

Les paramètres S donnent de l'information quand au comportement du circuit :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{\text{Onde réfléchi au port 1}}{\text{Onde incidente au port 1}} = \Gamma_1 \\ S_{12} &= \frac{\text{Onde transmise au port 1}}{\text{Onde incidente au port 2}} = \text{Gain de 2 à 1} \\ S_{21} &= \frac{\text{Onde transmise au port 2}}{\text{Onde incidente au port 1}} = \text{Gain de 1 à 2} \\ S_{22} &= \frac{\text{Onde réfléchi au port 2}}{\text{Onde incidente au port 2}} = \Gamma_2 \end{aligned}$$

Ils peuvent aussi donner de l'information sur le type circuit. Si  $[S] = [S]^T$  : le réseau est réciproque. Un réseau réciproque est le même dans les deux sens ; c'est une propriété qui est utile surtout pour les antennes. Un réseau est dit sans pertes si :

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad (3.18)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \quad (3.19)$$

#### EXEMPLE 1

Un réseau à deux ports possède les paramètres S suivants :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0.15\angle 0^\circ & 0.85\angle(-45^\circ) \\ 0.85\angle(45^\circ) & 0.20\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$



1. Déterminer si le réseau est réciproque, et sans pertes.
2. Si le port 2 est terminé par une charge adaptée, quelles sont les pertes de réflexion au port 1 ?
3. Si le port 2 est terminé par un court-circuit, quelles sont les pertes de réflexion au port 1 ?

---

1. Puisque  $[S]$  n'est pas symétrique, le réseau n'est pas réciproque. On vérifie si le réseau est sans pertes :

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = (0.15)^2 + (0.85)^2 = 0.745 \neq 1$$

Le réseau n'est pas sans pertes.

2. Quand le port 2 est terminé par une charge adaptée, le coefficient de réflexion au port 1 est  $\Gamma_1 = S_{11}$ . Les pertes de réflexion sont :

$$RL = -20 \log |\Gamma_1| = -20 \log(0.15) = 16.5 \text{ dB}$$

3. Quand le port 2 est terminé par une charge autre qu'une charge adaptée, il faut utiliser les équations 3.17. Avec un court-circuit au port 2, il faut que  $V_2^+ + V_2^- = 0$ , ou  $V_2^+ = -V_2^-$ . On obtient alors

$$\begin{aligned} V_1^- &= S_{11} V_1^+ + S_{12} V_2^+ = S_{11} V_1^+ - S_{12} V_2^- \\ V_2^- &= S_{21} V_1^+ + S_{22} V_2^+ = S_{21} V_1^+ - S_{22} V_2^- \end{aligned}$$

La deuxième équation donne :

$$V_2^- = \frac{S_{21}}{1 + S_{22}} V_1^+$$

Le coefficient de réflexion au port 1 est :

$$\Gamma_1 = \frac{V_1^-}{V_1^+}$$

En simplifiant les équations, on obtient

$$\Gamma_1 = S_{11} - \frac{S_{12} S_{21}}{1 + S_{22}} = -0.452$$

et donc les pertes de réflexion sont :

$$RL = -20 \log |\Gamma| = -20 \log(0.452) = 6.9 \text{ dB}$$


---

### 3.6 Mesure des paramètres S

Pour mesurer les paramètres S, on a typiquement un circuit semblable à celui de la figure 3.8, où DUT veut dire *Device Under Test*. À hautes fréquences, on ne peut pas négliger l'effet des câbles (atténuation et déphasage), et donc l'équipement de mesure doit être calibré correctement. Les câbles de mesure sont montrés comme des lignes de transmission.

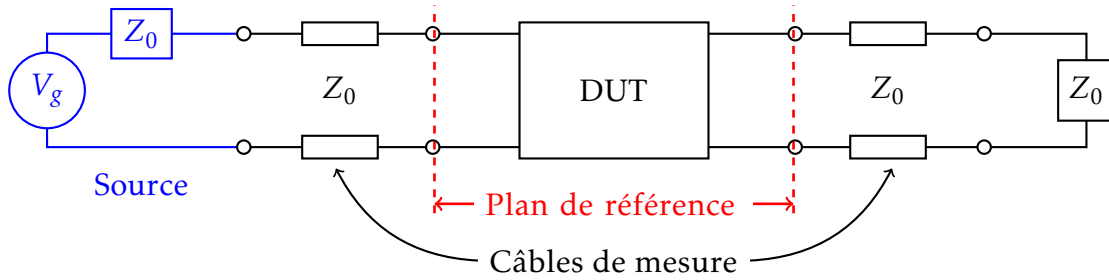


FIGURE 3.8 – Mesure des paramètres S

Pour le cas général, si on connaît les paramètres S et la charge, comme à la figure 3.9, on peut calculer les coefficients de réflexion.

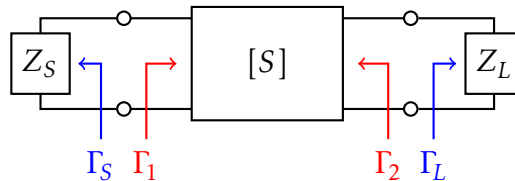


FIGURE 3.9 – Circuit général de calcul des paramètres S

Les coefficient de réflexion à l'entrée et à la sortie sont :

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (3.20)$$

$$\Gamma_2 = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (3.21)$$

### 3.7 Conversion entre paramètres

On peut convertir d'un type de paramètre à un autre en utilisant le tableau 4.2 à la page 187 du manuel de Pozar.