

# CHAPITRE 2

## Guides d'onde

Dans ce chapitre, les propriétés de plusieurs types de lignes de transmission seront étudiées. On a vu au chapitre précédent que les lignes de transmission sont caractérisées par une constante de propagation et une impédance caractéristique, et une atténuation. On verra comment calculer ces différents paramètres.

On verra aussi des limites d'utilisation pour plusieurs de ces guides d'onde, en termes de fréquence et/ou dimensions. Les guides d'onde peuvent supporter plus d'une mode de transmission ; il est important, pour réduire la dispersion, d'avoir un seul mode qui se propage. S'il y a plus d'un mode, l'information est distribuée entre les ondes de différente fréquence. Il y a dispersion, et possibilité de perte d'information. Les modes supérieurs peuvent contenir de l'énergie que le récepteur ne peut pas capter. Il est important, autant que possible, d'avoir un seul mode qui se propage dans un guide.

### 2.1 Solutions générales des ondes TEM, TE et TM

Les équations qui permettent de calculer les fréquences de coupure des différents modes proviennent des équations de Maxwell. On suppose que les champs électriques et magnétiques sont harmoniques dans le temps, et que la propagation se fait selon l'axe  $z$ . Les champs électriques et magnétiques peuvent être écrits selon :

$$\vec{E}(x, y, z) = [\vec{e}(x, y) + \hat{z}e_z(x, y)] e^{-j\beta z} \quad (2.1)$$

$$\vec{H}(x, y, z) = [\vec{h}(x, y) + \hat{z}h_z(x, y)] e^{-j\beta z} \quad (2.2)$$

où  $\vec{e}(x, y)$  et  $\vec{h}(x, y)$  représentent les composantes transversales des champs électriques et magnétiques (composantes en  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$ ), et  $e_z$  et  $h_z$  sont les composantes longitudinales.

Si la région du guide d'onde est sans sources, les équations de Maxwell peuvent être écrites selon :

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.4)$$

On peut solutionner ces équations pour obtenir les quatre composantes transversales en fonction des composantes longitudinales ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$  et  $H_y$  en fonction de  $E_z$  et  $H_z$ ) :

$$H_x = \frac{j}{k_c^2} \left( \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (2.5a)$$

$$H_y = \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (2.5b)$$

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2} \left( \beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (2.5c)$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2} \left( -\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (2.5d)$$

où

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2 \quad (2.6)$$

est le nombre d'onde de coupure. Comme au chapitre précédent,

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.7)$$

est le nombre d'onde du matériau du guide d'onde.

### 2.1.1 Ondes TEM

Les ondes TEM sont caractérisées par  $E_z = H_z = 0$ . À partir des équations 2.5, on obtient que tous les champs transversaux sont nuls, à moins que  $k_c^2 = 0$ , ce qui donne un résultat indéterminé. On solutionne les équations de Maxwell pour obtenir :

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = k \quad (2.8)$$

ce qui veut dire que  $k_c = 0$  pour les ondes TEM.

Les ondes TEM peuvent seulement exister lorsque deux ou plusieurs conducteurs sont présents.

L'impédance de l'onde TEM est donnée par :

$$Z_{TEM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta \quad (2.9)$$

### 2.1.2 Ondes TE

Les ondes TE sont caractérisées par  $E_z = 0$  et  $H_z \neq 0$ . Dans ce cas-ci,  $k_c \neq 0$ , et

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (2.10)$$

est fonction de la fréquence et de la géométrie du guide d'onde.

L'impédance de l'onde TE est :

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (2.11)$$

### 2.1.3 Ondes TM

Les ondes TM sont caractérisées par  $H_z = 0$  et  $E_z \neq 0$ . Dans ce cas-ci,  $k_c \neq 0$ , et

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (2.12)$$

est fonction de la fréquence et de la géométrie du guide d'onde.

L'impédance de l'onde TM est :

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (2.13)$$

### 2.1.4 Atténuation due aux pertes diélectriques

L'atténuation dans un guide d'onde peut être causée par les pertes dans le diélectrique ( $\alpha_d$ ) ou les pertes dans le conducteur ( $\alpha_c$ ). L'atténuation totale est la somme des deux atténuations,  $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$ .

L'atténuation causée par le conducteur dépend de la structure physique du guide, et doit donc être évaluée séparément pour chaque guide d'onde. Si le guide est rempli d'un diélectrique uniforme, l'atténuation due au diélectrique peut être calculée à partir de la constante de propagation.

En utilisant la constante diélectrique complexe ( $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 (1 - \tan \delta)$ ), on peut écrire la constante de propagation selon :

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha_d + j\beta = \sqrt{k_c^2 - k^2} \\ &= \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 (1 - \tan \delta)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

De façon générale, les pertes diélectriques sont faibles, et donc  $\tan \delta \ll 1$ , ce qui permet de simplifier (à l'aide d'une série de Taylor) :

$$\gamma = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} + j\beta \quad (2.15)$$

où  $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0$ , le nombre d'onde sans pertes.

Si les pertes sont faibles, la constante de phase  $\beta$  est la même, et l'atténuation est :

$$\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.16)$$

pour les ondes TE ou TM. Pour les ondes TEM,  $\beta = k$ , ce qui donne

$$\alpha_d = \frac{k \tan \delta}{2} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.17)$$

### 2.1.5 Fréquence de coupure

Les modes TM et TE possèdent une *fréquence de coupure*  $f_c$  : c'est une fréquence **au-dessous** de laquelle ces modes ne peuvent pas se propager dans le guide. Une onde se propage seulement lorsque  $\beta$  est réel, ce qui se produit seulement lorsque  $k > k_c$ . Le mode TEM ne possède pas de fréquence de coupure.

Normalement, dans un guide, on veut seulement 1 mode qui se propage. On peut donc calculer les fréquences d'opération d'un guide en fonction des fréquences de coupure des modes supérieurs.

## 2.2 Guide parallèle plan

Les plaques parallèles forment le guide d'onde le plus simple ; elles peuvent supporter des modes de propagation TE, TM et TEM. Bien qu'on ne s'en sert pas de façon pratique, les plaques parallèles permettent de modéliser des structures plus complexes. La figure 2.1 montre un exemple de plaques parallèles. On suppose que  $W \gg d$ .

Pour le mode TEM, l'impédance du milieu est donnée par :

$$Z_0 = \frac{\eta d}{W} \quad (2.18)$$

où  $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  est l'impédance intrinsèque du milieu. L'impédance est constante et dépend seulement de la géométrie et des paramètres du milieu. La vitesse de phase est aussi

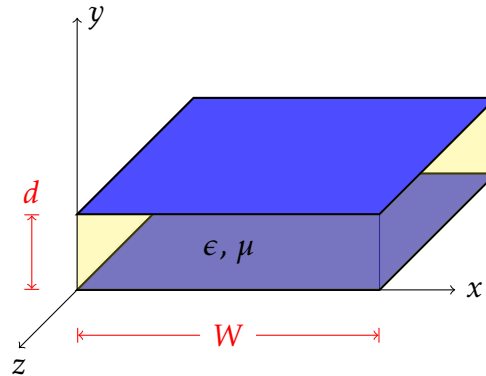


FIGURE 2.1 – Plaques parallèles

constante :

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.19)$$

Pour le mode TM, la fréquence de coupure du mode  $n$  est obtenue par la condition  $k = k_c$ , ce qui donne

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.20)$$

Pour le mode TE, la même condition s'applique pour calculer la fréquence de coupure, et on obtient, pour le mode  $n$  :

$$f_c = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.21)$$

Le tableau 2.1 résume les équations les plus utiles pour les plaques parallèles.

TABLEAU 2.1 – Sommaire des équations des plaques parallèles (Source : Pozar)

Paramètre	Mode TEM	Mode $TM_n$	Mode $TE_n$
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	0	$n\pi/d$	$n\pi/d$
$\beta$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$\infty$	$2\pi/k_c = 2d/n$	$2\pi/k_c = 2d/n$
$\lambda_g$	$2\pi/k$	$2\pi/\beta$	$2\pi/\beta$
$\alpha_d$	$(k \tan \delta)/2$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$
$\alpha_c$	$R_s/\eta d$	$2kR_s/\beta\eta d$	$2k_c^2 R_s/k\beta\eta d$

La figure 2.2 montre l'atténuation due au conducteur pour les modes TEM,  $TM_1$  et  $TE_1$ . Noter que l'atténuation tend vers l'infini au fur et à mesure que l'on s'approche de la fréquence de coupure.

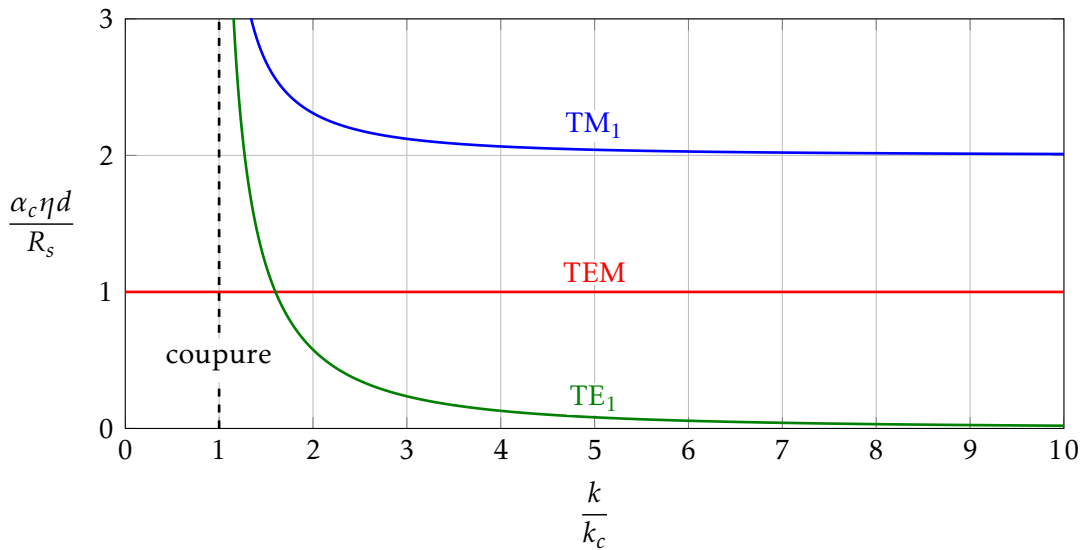


FIGURE 2.2 – Atténuation due au conducteur pour les modes TEM,  $TM_1$  et  $TE_1$  pour les plaques parallèles

### 2.3 Guide rectangulaire

Le guide rectangulaire est l'un des premiers types de lignes de transmission utilisés pour transporter des signaux hyperfréquences. Plusieurs composants, tels que des coupleurs, détecteurs, ou atténuateurs sont disponibles commercialement pour des fréquences de 1GHz à plus de 220GHz. Bien que les circuits hyperfréquences sont de plus en plus miniaturisés, les guides rectangulaires sont encore utilisés à cause de leur capacité à transporter de grandes puissances.

Le guide rectangulaire est un guide ayant un seul conducteur, et donc il ne peut pas supporter de mode TEM. Les modes TE et TM ayant des fréquences de coupure, ce type de guide a une fréquence minimale d'opération.

La figure 2.3 montre un exemple de guide rectangulaire. On suppose que le guide est rempli d'un diélectrique ayant une permittivité  $\epsilon$  et une perméabilité  $\mu$ . Par convention, le côté le plus long du guide est sur l'axe  $x$ , ce qui donne  $a > b$ .

#### Mode TE

Pour le mode TE, la constante de propagation est :

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi^2}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi^2}{b}\right)^2} \quad (2.22)$$

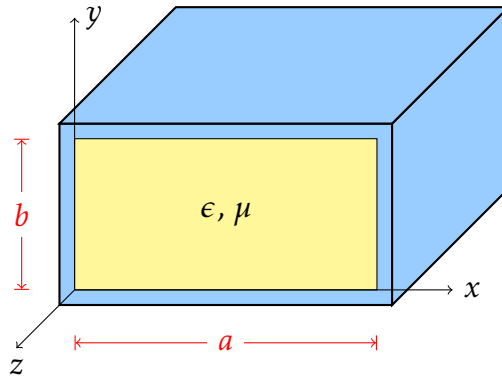


FIGURE 2.3 – Guide rectangulaire

qui est réel seulement lorsque  $k > k_c$ , et donc la fréquence de coupure est :

$$f_{c_{mn}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (2.23)$$

Le mode ayant la fréquence de coupure la plus basse est appelé le mode dominant. Puisque  $a > b$ , le mode dominant est  $TE_{10}$  ( $m = 1, n = 0$ ) :

$$f_{c_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.24)$$

Le mode  $TE_{00}$  n'existe pas.

À une certaine fréquence d'opération  $f$ , seulement les modes ayant  $f_c < f$  vont se propager ; les autres modes seront fortement atténués. On appelle ces modes ( $f_c > f$ ) *évanescents*.

De façon générale, on veut qu'il n'y ait qu'un seul mode en propagation dans le guide, soit le mode  $TE_{10}$ . On choisit donc les dimensions du guide, selon la fréquence d'opération, pour avoir seulement ce mode.

L'atténuation due au conducteur pour le mode  $TE_{10}$  est :

$$\alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} (2b\pi^2 + a^3 k^2) \quad [\text{Np/m}] \quad (2.25)$$

### Mode TM

Le mode TM possède la même constante de propagation et la même fréquence de coupure que le mode TE. Cependant, les modes  $TM_{00}$ ,  $TM_{10}$  et  $TM_{01}$  n'existent pas. Le plus bas mode TM qui se propage est  $TM_{11}$ .

Le tableau 2.2 résume les équations principales du guide rectangulaire.

TABLEAU 2.2 – Sommaire des équations du guide rectangulaire (Source : Pozar)

Paramètre	Mode TE <sub>mn</sub>	Mode TM <sub>mn</sub>
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$2\pi/k_c$	$2\pi/k_c$
$\lambda_g$	$2\pi/\beta$	$2\pi/\beta$
$\alpha_d$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$

## 2.4 Guide circulaire

Un tube cylindrique peut aussi supporter des ondes TE et TM. Le mode de fonctionnement est semblable à celui du guide rectangulaire. Cependant, la rigidité d'une telle structure est difficile à assurer, et ce type de guide d'onde est peu utilisé en pratique. La figure 2.4 montre un exemple de guide circulaire.

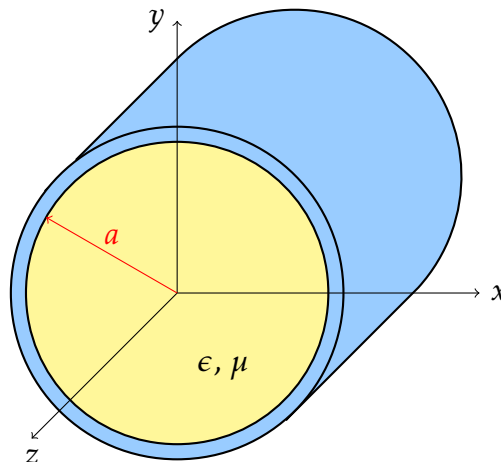


FIGURE 2.4 – Guide circulaire

### Mode TE

Pour le mode TE, la constante de propagation est :

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2} \quad (2.26)$$



où  $p'_{nm}$  est la  $m$ ème racine de la dérivée des équations de Bessel,  $J'_n$ . Le tableau 2.3 donne quelques valeurs de  $p'_{nm}$ .

$n$	$p'_{n1}$	$p'_{n2}$	$p'_{n3}$
0	3.832	7.016	10.174
1	1.841	5.331	8.536
2	3.054	6.706	9.970
3	4.201	8.015	11.346
4	5.318	9.282	12.682

TABLEAU 2.3 – Valeurs de  $p'_{nm}$  pour le mode TE d'un guide circulaire

La fréquence de coupure est alors

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.27)$$

Le premier mode à se propager dans un guide circulaire est celui qui a  $p'_{nm}$  le plus petit. Selon le tableau 2.3 et l'équation 2.27, le premier mode TE à se propager est donc TE<sub>11</sub>. Puisque  $m \geq 1$ , le mode TE<sub>10</sub> n'existe pas, mais le mode TE<sub>01</sub> existe.

L'atténuation pour le mode TE<sub>11</sub> est :

$$\alpha_c = \frac{R_s}{ak\beta\eta} \left( k_c^2 + \frac{k^2}{p_{11}^2 - 1} \right) \quad [\text{Np/m}] \quad (2.28)$$

### Mode TM

Les équations pour le mode TM ressemblent à celle du mode TE. La constante de propagation est :

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left( \frac{p_{nm}}{a} \right)^2} \quad (2.29)$$

où  $p_{nm}$  est la  $m$ ème racine des équations de Bessel,  $J_n$ . Le tableau 2.4 donne quelques valeurs de  $p_{nm}$ .

$n$	$p_{n1}$	$p_{n2}$	$p_{n3}$
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.174
2	5.135	8.417	11.620

TABLEAU 2.4 – Valeurs de  $p_{nm}$  pour le mode TM d'un guide circulaire

La fréquence de coupure est :

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.30)$$

Selon le tableau 2.4, le premier mode à se propager est  $TM_{01}$  (puisque c'est le plus petit  $p_{nm}$ ). Cette valeur est plus grande que le plus petit  $p'_{nm}$ , et donc  $TE_{11}$  est le mode dominant du guide circulaire. Il n'y a pas de mode  $TM_{10}$ .

Le tableau 2.5 résume les équations principales du guide rectangulaire.

TABLEAU 2.5 – Sommaire des équations du guide circulaire (Source : Pozar)

Paramètre	Mode $TE_{mn}$	Mode $TM_{mn}$
$k$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
$k_c$	$p'_{nm}/a$	$p_{nm}/a$
$\beta$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\lambda_c$	$2\pi/k_c$	$2\pi/k_c$
$\lambda_g$	$2\pi/\beta$	$2\pi/\beta$
$\alpha_d$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$	$(k^2 \tan \delta)/2\beta$

La figure 2.5 montre les fréquences de coupure des premiers modes TE et TM d'un guide circulaire, par rapport à la fréquence de coupure du mode dominant  $TE_{11}$ .

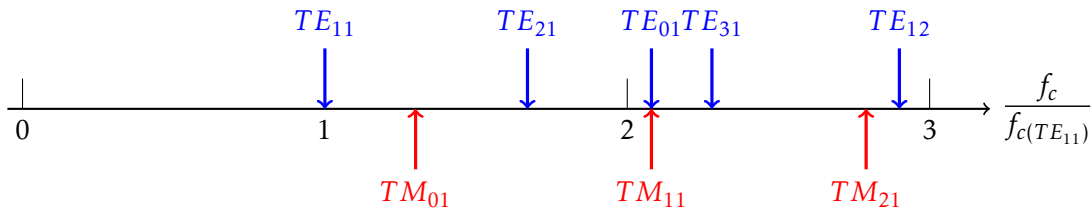


FIGURE 2.5 – Fréquences de coupure des premiers modes TE et TM d'un guide circulaire.

## 2.5 Câble coaxial

Le câble coaxial est très utilisé en industrie. Il est constitué de deux conducteurs cylindriques séparés par un diélectrique, comme à la figure 2.6. Typiquement, le conducteur du centre contient le signal, et le conducteur externe sert de mise à terre.

Puisque le câble coaxial contient deux conducteurs, il peut supporter un mode TEM. Son atténuation est :

$$\alpha_c = \frac{1}{2} \left[ \frac{R_s}{\eta \ln(b/a)} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right] \quad (2.31)$$

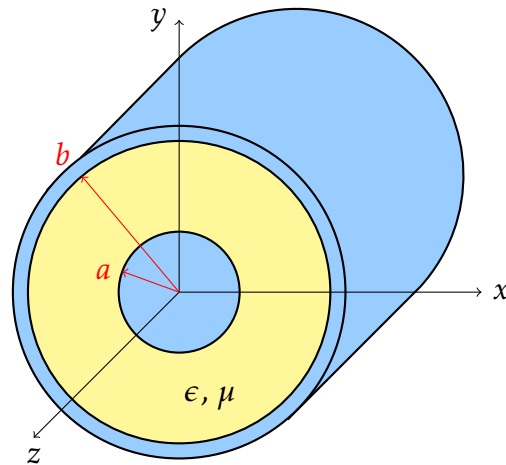


FIGURE 2.6 – Câble coaxial

### 2.5.1 Modes supérieurs

Le câble coaxial peut aussi supporter des modes TE et TM, en plus du mode TEM. Cependant, ces modes sont habituellement évanescents à la fréquence d'utilisation du guide. Il est important, par contre, de connaître la fréquence de coupure des modes supérieurs, afin d'éviter la superposition des modes et donc de la distorsion dans le signal transmis sur le câble.

Le prochain mode à se propager sur un câble coaxial (après le mode TEM) est le mode  $TE_{11}$ . Sa fréquence de coupure est donnée par :

$$f_c = \frac{ck_c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.32)$$

où on peut approximer  $k_c$  par :

$$k_c \approx \frac{2}{a+b} \quad (2.33)$$

De façon pratique, on utilise une marge de sécurité de 5% pour l'utilisation du guide coaxial.

## 2.6 Ligne à ruban

Ce type de guide d'onde est utilisé pour fabriquer des circuits intégrés. Un conducteur mince de largeur  $w$  est centré entre deux plaques métalliques, séparées d'une distance  $b$ . La région entre les plaques est composée d'un diélectrique. La figure 2.7 montre un exemple de ligne à ruban.

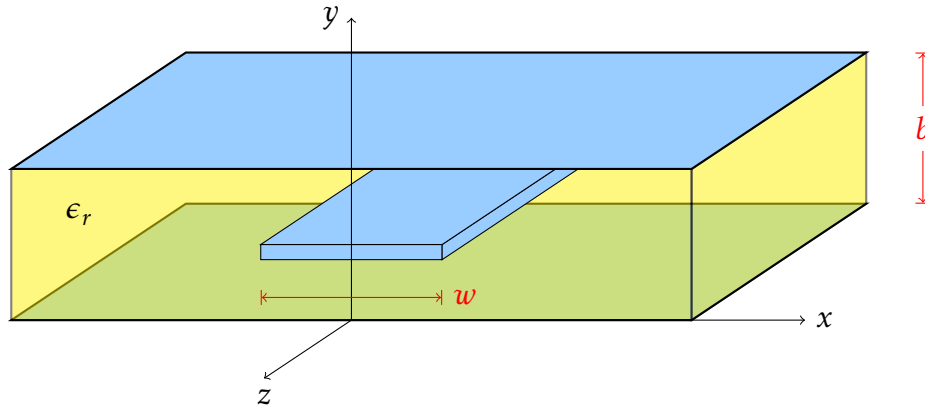


FIGURE 2.7 – Ligne à ruban

Puisque la ligne à ruban a deux conducteurs et un diélectrique homogène, elle peut supporter un mode TEM. Cependant, l'analyse d'une telle structure est complexe. Une solution exacte peut être obtenue pour la constante de propagation et l'impédance en utilisant une technique appelée *mappage conforme*. Les équations suivantes sont des équations empiriques.

L'impédance  $Z_0$  de la ligne est :

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{b}{W_e + 0.441b} \quad (2.34)$$

où

$$\frac{W_e}{b} = \frac{w}{b} - \begin{cases} 0 & \text{si } w/b > 0.35 \\ (0.35 - w/b)^2 & \text{si } w/b < 0.35 \end{cases} \quad (2.35)$$

### 2.6.1 Design

Lors du design d'une ligne à ruban, il est souvent nécessaire de trouver la largeur  $w$  de la ligne, étant donné l'impédance caractéristique. Les équations nécessaires sont :

$$\frac{w}{b} = \begin{cases} x & \text{si } \sqrt{\epsilon_r} Z_0 < 120 \\ 0.85 - \sqrt{0.6 - x} & \text{si } \sqrt{\epsilon_r} Z_0 > 120 \end{cases} \quad (2.36)$$

où

$$x = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r} Z_0} - 0.441 \quad (2.37)$$

### 2.6.2 Atténuation

L'atténuation due au diélectrique est la même que celle donnée pour toutes les lignes TEM (équation 2.17). Pour l'atténuation due au conducteur, on utilise l'une de deux méthodes (méthode de perturbation ou méthode de Wheeler) pour calculer l'atténuation :

$$\alpha_c = \begin{cases} \frac{0.0027R_s\epsilon_r Z_0}{30\pi(b-t)} A & \text{si } \sqrt{\epsilon_r}Z_0 < 120 \\ \frac{0.16R_s}{Z_0 b} B & \text{si } \sqrt{\epsilon_r}Z_0 > 120 \end{cases} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.38)$$

où

$$A = 1 + \frac{2w}{b-t} + \frac{1}{\pi} \frac{b+t}{b-t} \ln\left(\frac{2b-t}{t}\right) \quad (2.39)$$

$$B = 1 + \frac{b}{0.5w + 0.7t} \left[ 0.5 + \frac{0.414t}{w} + \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{4\pi w}{t}\right) \right] \quad (2.40)$$

où  $t$  est l'épaisseur du conducteur. Si  $t = 0$ ,  $\alpha_c = 0$ .

## 2.7 Ligne microruban

La ligne microruban est la ligne la plus utilisée pour faire le design de circuits intégrés à haute fréquences. La géométrie est montrée à la figure 2.8. Un conducteur de largeur  $w$  est imprimé sur un substrat d'épaisseur  $d$  et permittivité relative  $\epsilon_r$ . Le dessous du substrat est recouvert de métal qui sert de mise à terre.

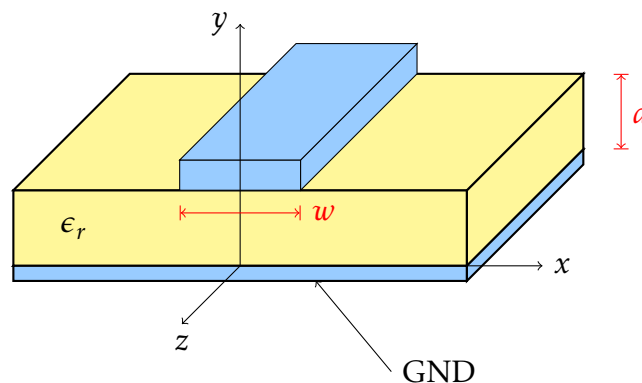


FIGURE 2.8 – Ligne microruban

L'analyse de la ligne microruban est très complexe : une partie des champs se trouve dans l'air, tandis que l'autre partie se trouve dans le diélectrique. La région diélectrique

n'est pas homogène. Cette structure ne peut donc pas supporter un mode TEM. Les champs électriques et magnétiques forment un assemblage des mode TE et TM.

Pour la plupart des applications, le diélectrique est électriquement mince ( $d \ll \lambda$ ), et on dit que le mode de propagation est quasi-TEM. On va approximer la constante diélectrique des deux milieux par une constante diélectrique effective  $\epsilon_e$  :

$$1 < \epsilon_e < \epsilon_r \quad (2.41)$$

qu'on peut calculer à l'aide de l'équation suivante :

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12d/w}} \quad (2.42)$$

L'impédance de la ligne peut être calculée selon :

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln \left( \frac{8d}{w} + \frac{w}{4d} \right) & \text{si } w/d \leq 1 \\ 120\pi & \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e} [w/d + 1.393 + 0.667 \ln(w/d + 1.444)]} & \text{si } w/d \geq 1 \end{cases} \quad (2.43)$$

### 2.7.1 Design

Pour une impédance caractéristique  $Z_0$  et une permittivité  $\epsilon_r$  donnés, le rapport  $w/d$  est :

$$\frac{w}{d} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & \text{si } w/d < 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left( \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right) \right] & \text{si } w/d > 2 \end{cases} \quad (2.44)$$

où

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left( 0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right) \quad (2.45)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.46)$$

### 2.7.2 Atténuation

Si on considère que le mode de propagation est quasi-TEM, l'atténuation due au diélectrique est donnée par :

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_e - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_e} (\epsilon_r - 1)} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.47)$$

et l'atténuation due au conducteur est donnée par :

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 w} \quad [\text{Np/m}] \quad (2.48)$$

où

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (2.49)$$

est la résistance de surface du conducteur. Pour la plupart des cas, l'atténuation due au conducteur est plus importante que celle due au diélectrique.

## 2.8 Ligne coplanaire

La ligne coplanaire ressemble à la ligne microruban. C'est un autre type de guide d'onde utilisé pour les circuits intégrés. La figure 2.9 montre un exemple de ligne coplanaire. Un conducteur de largeur  $w$  est placé entre deux plans de masse à une distance  $s$ . Le substrat est d'épaisseur  $d$ .

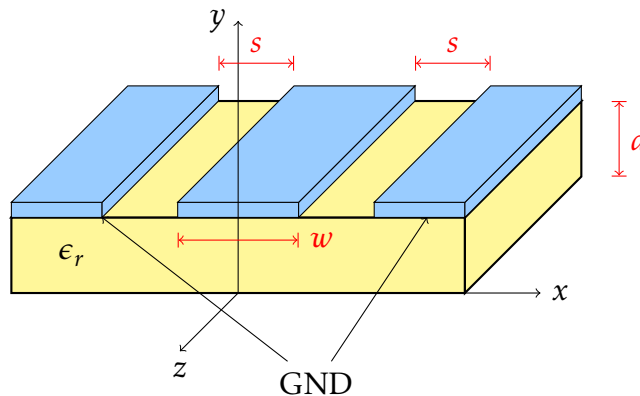


FIGURE 2.9 – Ligne coplanaire

On applique la même technique d'analyse que celle utilisée pour la ligne microruban : on calcule une permittivité effective  $\epsilon_e$ . La méthode utilisée est celle du mappage conforme.

$$\epsilon_e = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{K(k_2)}{K(k_2')} \frac{K(k_1)}{K(k_1')} \quad (2.50)$$

où

$$k_1 = \frac{w}{w + 2s} \quad k_2 = \frac{\sinh(\pi w/d)}{\sinh(\pi(2s + w)/2d)} \quad k_i' = \sqrt{1 - k_i^2} \quad (2.51)$$

et

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2(\theta)}} d\theta \quad (2.52)$$

est l'intégrale elliptique complète du premier ordre.

L'impédance de la ligne est :

$$Z_0 = \frac{30\pi K(k'_1)}{\sqrt{\epsilon_e} K(k_1)} \quad (2.53)$$

### 2.8.1 Design

Les équations de design pour la ligne coplanaire sont très complexes et ne seront pas écrites ici. Un programme Matlab est disponible pour faire le calcul.

### 2.8.2 Atténuation

Les pertes diélectriques sont :

$$\alpha_d = \frac{\pi}{2\lambda_0} \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{K(k_2) K(k'_1)}{K(k'_2) K(k_1)} \tan \delta \quad (2.54)$$

Les pertes du conducteur sont :

$$\alpha_c = \frac{R_c + R_g}{2Z_0} \quad (2.55)$$

où

$$R_c = \frac{R_s}{4w(1 - k_1^2)K^2(k_1) \left[ \pi + \ln\left(\frac{4\pi w}{t}\right) - k_1 \ln\left(\frac{1+k_1}{1-k_1}\right) \right]} \quad (2.56)$$

$$R_g = \frac{k_1 R_s}{4w(1 - k_1^2)K^2(k_1) \left[ \pi + \ln\left(\frac{4\pi(w+2s)}{t}\right) - \frac{1}{k_1} \ln\left(\frac{1+k_1}{1-k_1}\right) \right]} \quad (2.57)$$