Chapitre 3

Techniques d'analyse de circuits

Ce chapitre présente différentes méthodes d'analyse de circuits. Ces méthodes permettent de simplifier l'analyse de circuits contenant plusieurs éléments. Bien qu'on peut résoudre ces circuits avec les lois de Kirchhoff, on a souvent beaucoup d'équations à solutionner. On présente donc dans ce chapitre deux techniques très puissantes pour résoudre des circuits, soit la méthode des tensions de noeud, et celle des courants de maille. Ces méthodes permettent de réduire le nombre d'équations à résoudre.

On présentera aussi deux autres techniques d'analyse, soit les équivalents Thévenin et Norton qui permettent de simplifier les circuits avant d'en faire l'analyse. Les équivalents Thévenin et Norton vont aussi servir à présenter le concept de transfert maximum de puissance : on cherche à s'assurer que la puissance délivrée à une charge par une source est maximale. On verra aussi la méthode de superposition pour faire l'analyse de circuits ayant plusieurs sources.

3.1 Transformation de source

La première méthode qu'on verra dans ce chapitre est la transformation de source. Cette méthode permet de transformer une source de tension ayant une résistance en série à une source de courant ayant une résistance en parallèle.

La transformation de source est donnée à la figure 3.1. Pour que les deux circuits soient équivalents, il faut qu'un voltmètre mesure la même tension entre les bornes a et b, et qu'un ampèremètre mesure le même courant qui sort de la borne a (pour entrer dans la borne b).

Si on place un voltmètre aux bornes du circuit de gauche, la tension mesurée sera v_s.

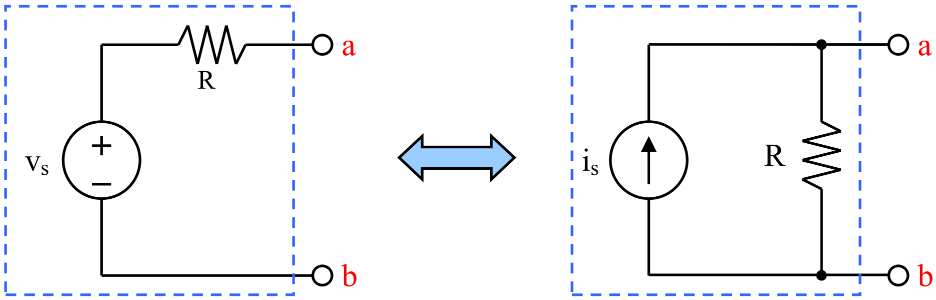


FIGURE 3.1 – Transformation de source

Un ampèremètre placé entre *a* et *b* agit comme un court-circuit, et donc un courant ayant une valeur de

$$i = \frac{v_s}{R} \tag{3.1}$$

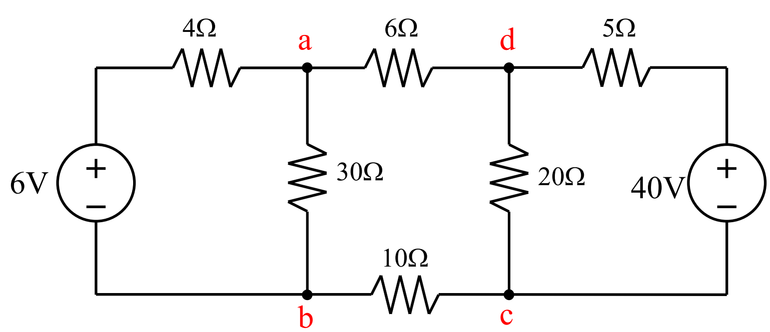
Pour que le circuit de droit soit équivalent, il faut que la tension et le courant mesurés soient les mêmes. Si on place un voltmètre entre les bornes *a* et *b* du circuit de droite, la tension mesurée est $v_{ab} = i_s R$. Pour que ce soit équivalent, il faut que

$$i_s = \frac{v_s}{R} \tag{3.2}$$

Cette dernière équation permet de transformer une source de tension en une source de courant, et vice-versa. La résistance R est la même dans les deux cas.

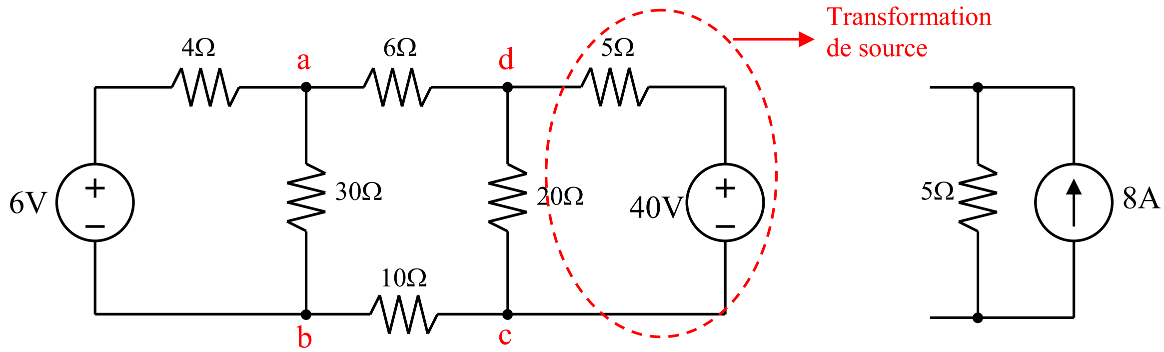
EXEMPLE 1

Calculer la puissance dans la source de 6V du circuit suivant.



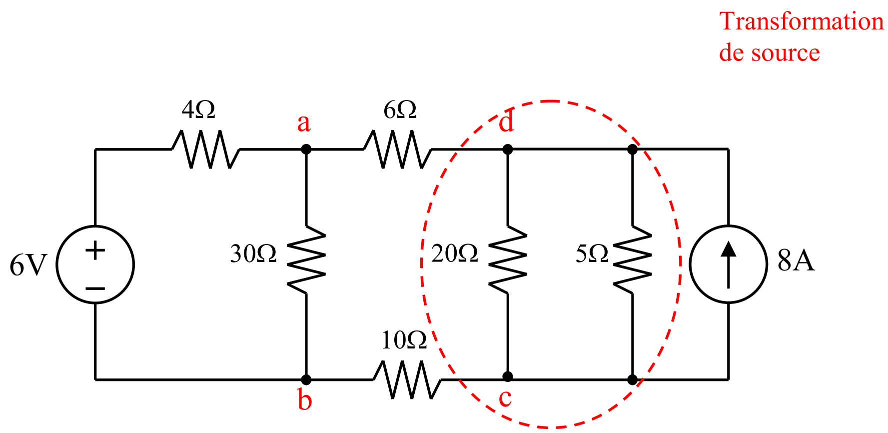
La seule chose qui nous intéresse, c'est la source de 6V et le courant qui y sort (entre), parce qu'on veut calculer la puissance. On cherche donc à transformer la source de 40V et tout simplifier le plus possible vers la source de 6V.

On peut transformer la source de 40V en une source de courant. Ceci permettra d'avoir une résistance en parallèle avec la résistance de 20Ω. On effectue la transformation :



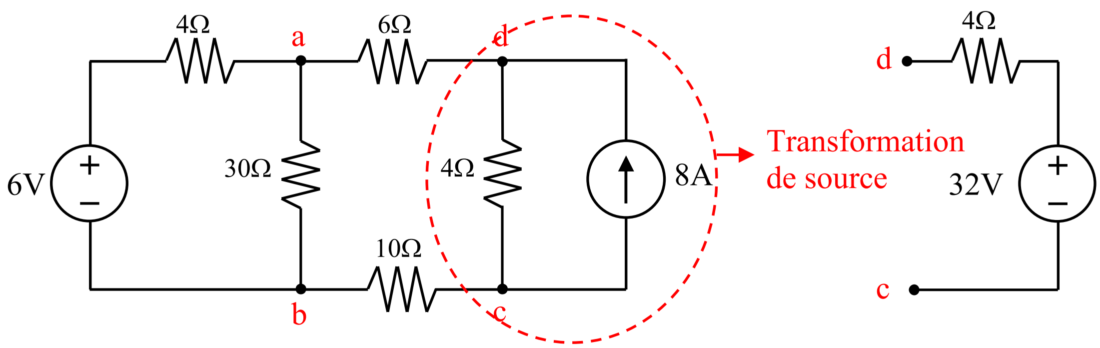
La source de courant a une valeur de 40/5 = 8A.

On peut continuer à simplifier le circuit. La résistance de 5Ω est en parallèle avec la résistance de 20Ω. La résistance équivalente en parallèle est :



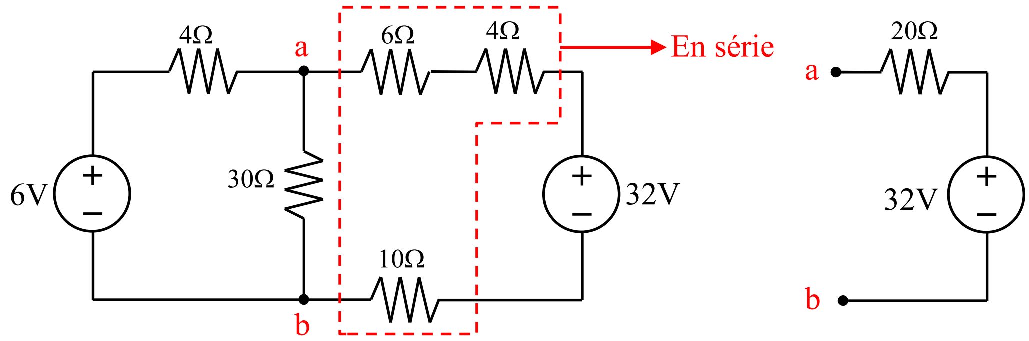
$$R_{eq} = \frac{(20)(5)}{20+5} = 4$$

On peut continuer la simplification en effectuant une autre transformation de source.

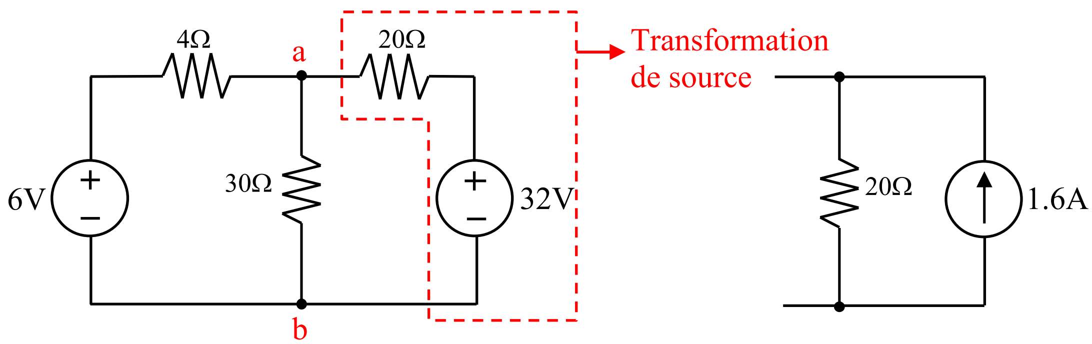


La source de tension aura une valeur de (8)(4) = 32V. Avec cette transformation, on a maintenant 3 résistances en série.

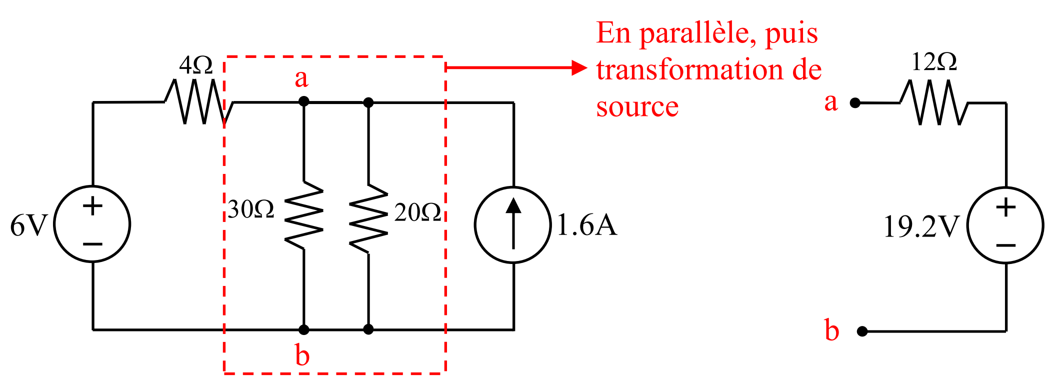
On simplifie à nouveau le circuit.



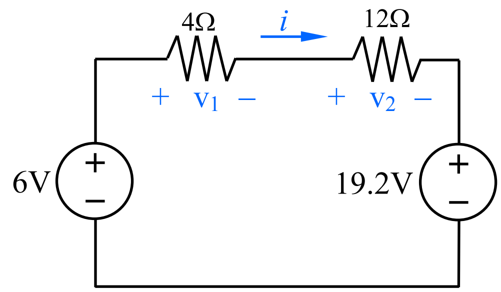
Après cette simplification, on peut effectuer une autre transformation de source.



Et encore une fois, on a deux résistances en parallèle, puis on effectue une transformation de source.



On obtient finalement :



On peut maintenant faire l'analyse de ce circuit. On applique la loi de Kirchhoff des tensions pour la boucle, avec les conventions habituelles :

$$-6 + (4 + 12)i + 19.2 = 0$$

ce qui donne $i = -0.825$A. La puissance de la source de 6V est :

$$p = -vi = -(6)(-0.825) = 4.95 \text{ W}$$

La source consomme 4.95W.

Plusieurs des simplifications montrées auraient pu être effectuées en une étape au lieu de 2 ou 3. Elles ont été démontrées ici pour aider à bien comprendre la méthode, et le flot d'idées utilisé pour résoudre ce circuit.

3.1.1 Cas particulier

Il existe deux cas particuliers lorsqu'on fait des transformations de source. Pour le premier cas, on a une résistance en parallèle avec la source de tension. On peut ignorer cette résistance parallèle, comme à la figure 3.2.

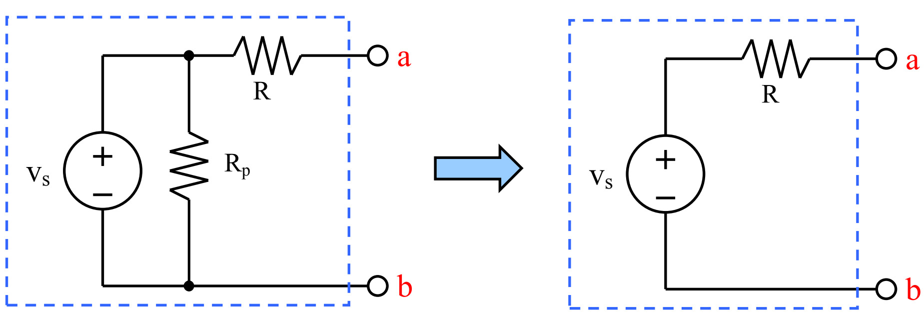


Figure 3.2 – Transformation de source : cas particulier 1

Pour le deuxième cas, il s'agit d'une résistance en série avec la source de courant. On peut ignorer la résistance série, comme à la figure 3.3.

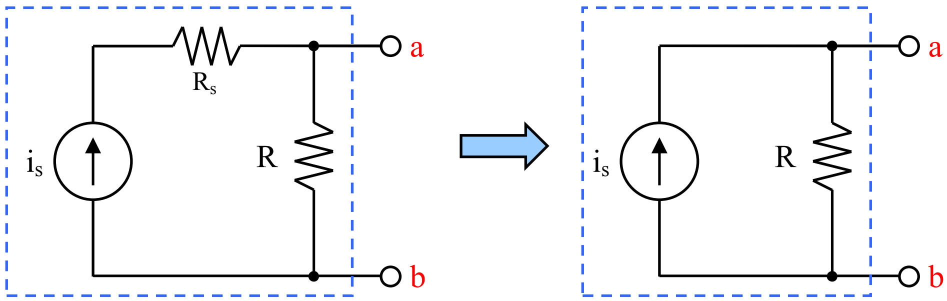


Figure 3.3 – Transformation de source : cas particulier 2

Pour les deux cas particuliers, un voltmètre placé entre a et b mesurera la même tension, et un ampèremètre placé entre a et b mesurera le même courant.

3.2 Méthode des tensions de noeuds

On démontrera la méthode des tensions de noeuds à l'aide d'un exemple, en utilisant le circuit de la figure 3.4.

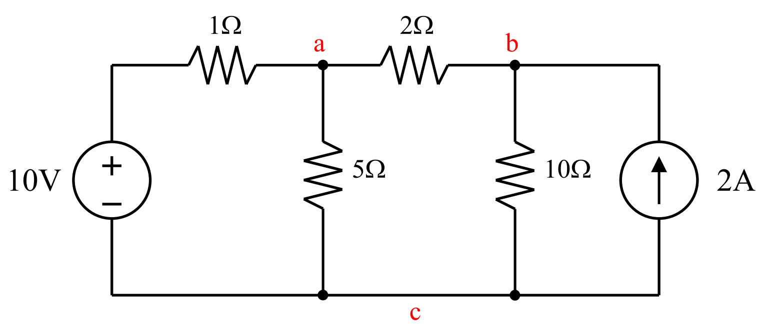


Figure 3.4 – Circuit pour exemple

La méthode est la suivante :

1. Identifier les noeuds essentiels (les noeuds où il y a 3 éléments ou plus de branchés ensembles). Dans ce cas, ce sont les noeuds a, b, et c.
2. Choisir une référence. Le plus souvent, la référence est le noeud du bas, qui est le noeud c dans ce cas-ci. Ou, on utilise le noeud où il y a le plus d'éléments de branchés.
3. On cherche à décrire la tension entre les autres noeuds (a et b) par rapport au noeud de référence. On appelle ces tensions les *tensions de noeud*.

4. On écrit le courant qui sort de chaque noeud (a et b dans ce cas-ci) en fonction de la tension des noeuds.

Les tensions entre les noeuds sont données à la figure 3.5. La tension v_1 est la tension au noeud a moins la tension au noeud c, tandis que la tension v_2 est la tension au noeud b moins la tension au noeud c.

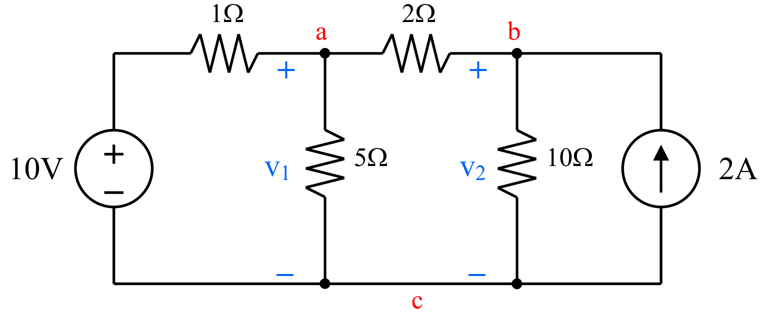


Figure 3.5 – Circuit pour exemple, avec tensions de noeuds

Il faut maintenant faire la somme des courants qui sortent de chaque noeud, et écrire ces équations en fonction des tensions des noeuds. Si on sépare les différentes branches pour le noeud a, on obtient les circuits de la figure 3.6.

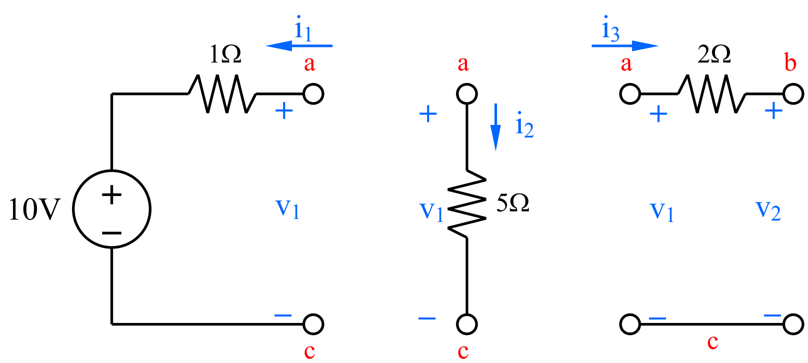


Figure 3.6 – Circuit pour exemple, courants du noeud a

L'équation des courants qui sortent du noeud a est :

$$\frac{v_1 - 10}{1} + \frac{v_1}{5} + \frac{v_1 - v_2}{2} = 0 \tag{3.3}$$

On a tout simplement appliqué la loi d'Ohm dans chaque branche. Dans chaque cas, le courant est la différence de potentiel aux bornes de la résistance ($i = \Delta v/R$).

On procède alors au deuxième noeud, et on sépare les branches. Dans ce cas-ci, le noeud b a aussi trois branches. L'une de ces branches est commune avec le noeud a. Les trois branches sont montrées à la figure 3.7. Remarquer que le courant i_3 pour ce noeud est

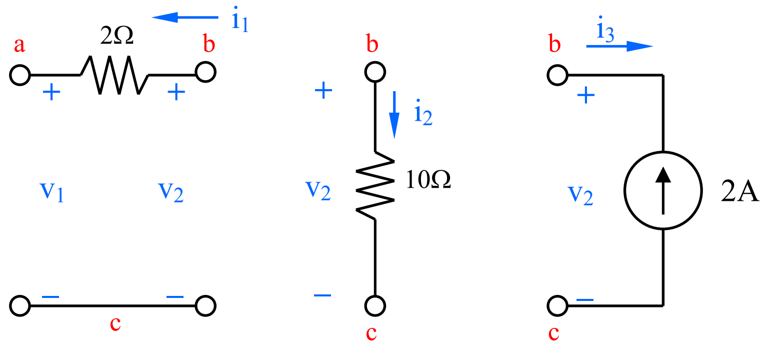


FIGURE 3.7 – Circuit pour exemple, courants du noeud b

tout simplement la source de courant (négatif, puisque la source est dans le sens contraire de i_3).

L'équation des courants qui sortent du noeud b est :

$$\frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_2}{10} - 2 = 0 \tag{3.4}$$

On a maintenant un système à deux équations, deux inconnues. Il est facile de résoudre ce système dans Mathcad, ou Matlab. Si on écrit les équations de façon matricielle, on obtient :

$$\begin{array}{rr} 1.7v_1 & -0.5v_2 = 10 \\ -0.5v_1 & +0.6v_2 = 2 \end{array} \Longrightarrow \begin{bmatrix} 1.7 & -0.5 \\ -0.5 & 0.6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

On solutionne pour trouver $v_1 = 9.09$V et $v_2 = 10.91$V.

Given

$$\frac{v_1 - 10}{1} + \frac{v_1}{5} + \frac{v_1 - v_2}{2} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_2}{10} - 2 = 0$$

$$\text{Find}(v_1, v_2) \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 9.091 \\ 10.91 \end{pmatrix}$$

FIGURE 3.8 – Solution de l'exemple avec Mathcad

3.2.1 Cas particulier

Un cas particulier de la méthode des tensions de noeud, c'est lorsqu'une source de tension est le seul élément dans une branche. Ceci réduit le nombre d'équations à résoudre, parce que la source de tension donne directement la tension d'un noeud. Un exemple est montré à la figure 3.9.

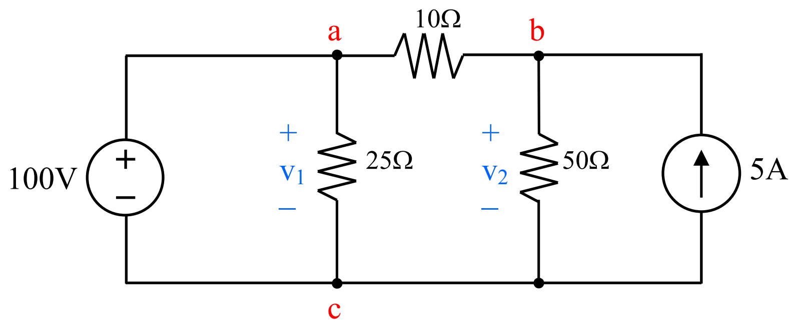


FIGURE 3.9 – Cas particulier de la méthode des tensions de noeuds

Dans ce cas-ci, la tension $v_1 = 100$V ; on a donc seulement besoin d'écrire l'équation du noeud b. Au noeud b, l'équation est :

$$\frac{v_2 - v_1}{10} + \frac{v_2}{50} - 5 = 0 \tag{3.6}$$

et puisque $v_1 = 100$, on peut facilement solutionner pour trouver $v_2 = 125$V.

3.3 Courants de maille

La technique des courants de maille est une autre méthode puissante pour faire l'analyse de circuits. Avec la technique des tensions de noeud, ce sont les deux techniques les plus puissantes pour résoudre des circuits.

Il faut définition avant de procéder : une maille est une boucle qui n'a pas d'autre boucle à l'intérieur.

Pour démontrer la méthode, on commence en premier avec un circuit simple dont on fait l'analyse avec les lois de Kirchhoff. On verra ensuite la méthode des courants de maille, pour comparer et voir comment cette méthode permet de simplifier l'analyse.

Soit le circuit de la figure 3.10. On cherche les courants i_1, i_2 et i_3.

On applique la loi des courants de Kirchhoff au noeud a :

$$i_1 - i_3 - i_2 = 0 \tag{3.7}$$

Pour obtenir deux autres équations, on applique la loi de Kirchhoff des tensions aux mailles $a-b-c-a$ et $a-d-b-a$:

$$\text{Maille } a-b-c-a: \qquad -v_1 + R_1 i_i + R_3 i_3 = 0 \tag{3.8}$$
$$\text{Maille } a-d-b-a: \qquad R_2 i_2 + v_2 - R_3 i_3 = 0 \tag{3.9}$$

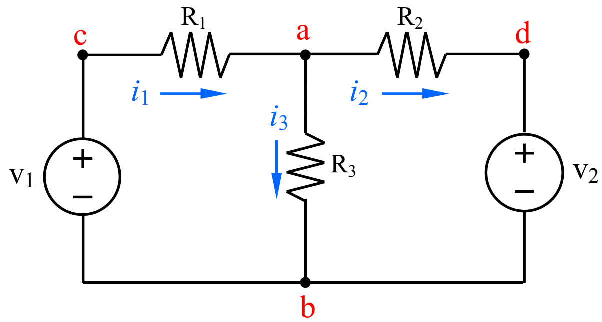


FIGURE 3.10 – Exemple pour courants de maille

On remplace ensuite l'équation 3.7 dans les équations 3.8 et 3.9.

$$-v_1 + R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) = 0 \Rightarrow -v_1 + (R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = 0 \tag{3.10}$$
$$v_2 + R_2 i_2 - R_3(i_1 - i_3) = 0 \Rightarrow v_2 + (R_2 + R_3)i_2 - R_3 i_1 = 0 \tag{3.11}$$

Ce qui donne finalement :

$$v_1 = (R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 \tag{3.12}$$
$$-v_2 = -R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 \tag{3.13}$$

On a maintenant 2 équations, 2 inconnues.

Pour la méthode des courants de maille, on définit un courant qui circule dans la maille, dans le sens horaire.

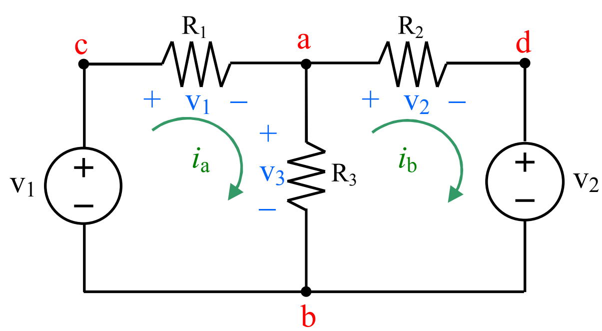


FIGURE 3.11 – Exemple pour courants de maille

On va ensuite suivre le sens des courants, pour écrire l'équation de la tension dans la maille (selon la loi de Kirchhoff). Le courant dans la résistance R_3 est la différence entre les deux courants : $i_a - i_b$.

$$\text{Maille a} \quad -v_1 + R_1 i_a + R_3(i_a - i_b) = 0 \tag{3.14}$$
$$\text{Maille b} \quad R_2 i_b + v_2 + R_3(i_b - i_a) = 0 \tag{3.15}$$

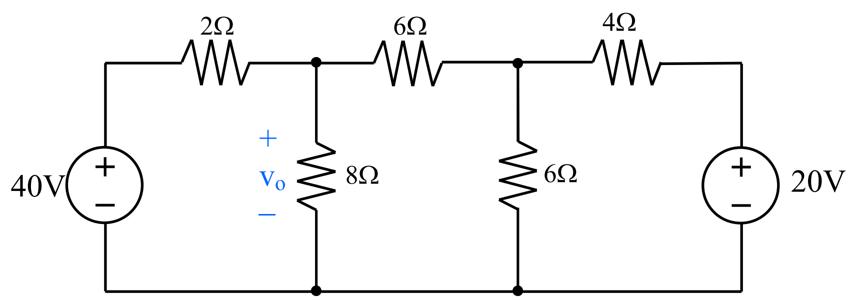
En simplifiant les équations, on obtient :

$$v_1 = (R_1 + R_3)i_a - R_3 i_b \tag{3.16}$$
$$-v_2 = -R_3 i_a + (R_2 + R_3)i_b \tag{3.17}$$

Si $i_a = i_1$, et $i_b = i_2$, ce sont les même équations qu'auparavant, avec la méthode plus longue. Noter que le courant $i_3 = i_a - i_b$.

EXEMPLE 2

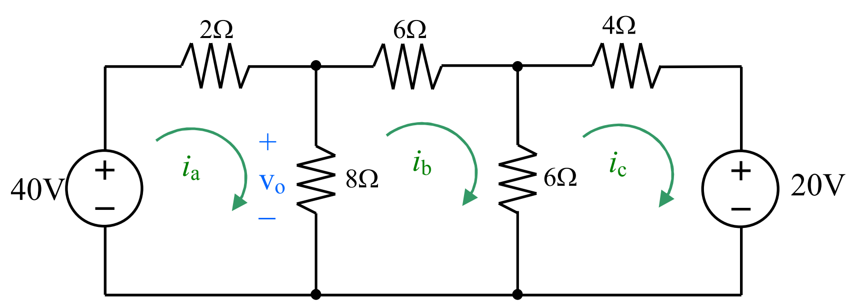
Soit le circuit de la figure suivante.



Calculer :

1. La puissance dans les deux sources,
2. La tension de sortie v_o

On a trois mailles dans ce circuit, donc il faut utiliser trois courants de maille. On place les courants dans la maille, comme à la figure suivante.



On applique la loi de Kirchhoff des tensions aux trois mailles :

$$-40 + 2i_a + 8(i_a - i_b) = 0$$
$$6i_b + 6(i_b - i_c) + 8(i_b - i_a) = 0$$
$$4i_c + 20 + 6(i_c - i_b) = 0$$

On a trois équations, et trois inconnues. On peut résoudre ce système d'équations avec Mathcad, et donc $i_a = 5.6$A, $i_b = 2.0$A et $i_c = -0.8$A.

Given

$$-40 + 2\cdot i_a + 8\cdot(i_a - i_b) = 0$$

$$6\cdot i_b + 6\cdot(i_b - i_c) + 8\cdot(i_b - i_a) = 0$$

$$4\cdot i_c + 20 + 6\cdot(i_c - i_b) = 0$$

$$\text{Find}(i_a, i_b, i_c)\ \text{float}, 4\ \rightarrow \begin{pmatrix} 5.6 \\ 2.0 \\ -0.8 \end{pmatrix}$$

La puissance dans les sources est :

$$p_{40V} = -vi_a = -(40)(5.6) = -224\text{W (fournit)}$$
$$p_{20V} = +vi_c = +(20)(-0.8) = -16\text{W (fournit)}$$

Les deux sources fournissent de la puissance. Un bilan de puissance permet de vérifier ces calculs.

Pour la deuxième question, il est facile de trouver v_o :

$$v_o = 8(i_a - i_b) = 8(3.6) = 28.8 \text{ V}$$

Cas particulier

De façon similaire à la méthode des tensions de noeuds, s'il y a une source de courant dans une branche, il y a moins d'équations à résoudre.

3.4 Équivalents Thévenin et Norton

Les équivalents Thévenin et Norton sont une autre méthode pour simplifier l'analyse de circuits. On se sert de cette méthode lorsqu'on est intéressé par la tension et le courant à une seule branche du circuit. On n'est pas intéressé par ce qui se passe dans le reste du circuit ; on cherche juste à voir l'impact du circuit aux bornes qui nous intéressent.

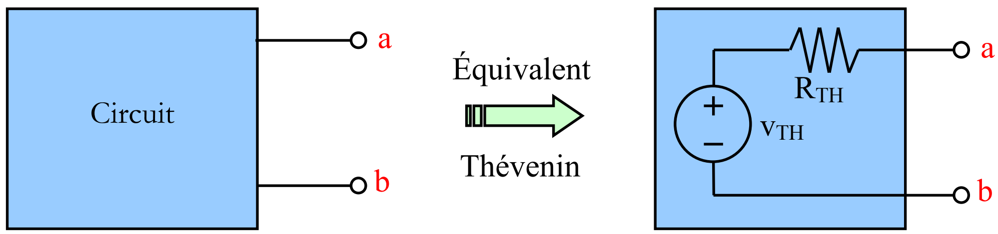


FIGURE 3.12 – Circuit général et son équivalent Thévenin

Soit un circuit quelconque, tel que donné à la figure 3.12. Ce qui nous intéresse, c'est l'impact du circuit aux bornes *a* et *b*. On cherche à remplacer le circuit quelconque par un circuit équivalent représenté par une source de tension v_{TH} et une résistance série R_{TH}.

Pour que le circuit Thévenin soit équivalent au circuit général, il faut qu'un voltmètre placé aux bornes *a* et *b* mesure la même tension dans les deux cas, et il faut qu'un ampère-mètre placé entre *a* et *b* mesure le même courant dans les deux cas.

La tension Thévenin, v_{TH}, est la tension obtenue en plaçant un voltmètre entre les bornes *a* et *b*. C'est la tension obtenue lorsqu'il y a un circuit ouvert entre *a* et *b*, soit v_{co}.

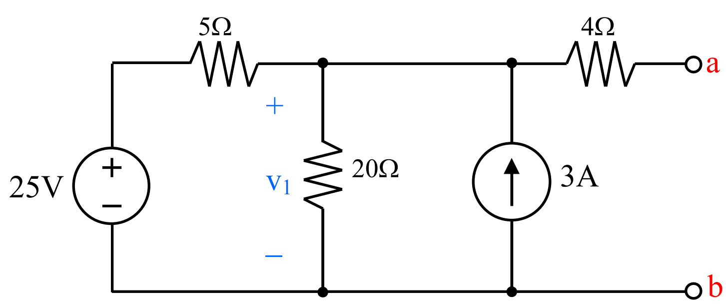
Pour obtenir la résistance Thévenin, il faut premièrement mesurer le courant entre les bornes *a* et *b*. Si on place un ampèremètre entre *a* et *b*, c'est l'équivalent de placer un court-circuit. On mesure (ou calcul) donc le courant de court-circuit, i_{cc}.

La résistance Thévenin est tout simplement le rapport entre la tension de circuit ouvert et le courant de court-circuit :

$$R_{TH} = \frac{v_{co}}{i_{cc}} \tag{3.18}$$

EXEMPLE 3

Pour le circuit suivant, calculer l'équivalent Thévenin entre les bornes *a* et *b*.



La première chose à calculer est la tension de circuit ouvert, v_{co}. C'est la tension aux bornes de *a* et *b*.

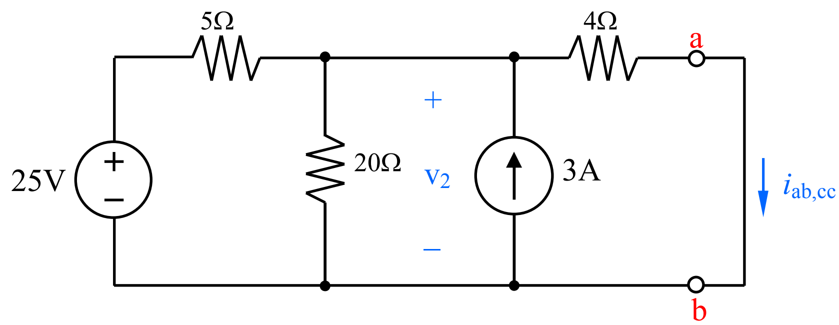
En examinant le circuit, on remarque qu'il y a deux noeuds essentiels. La méthode des tensions de noeuds ne nécessitera qu'une seule équation. Le noeud de référence est le noeud du bas. En appliquant la méthode, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{v_1 - 25}{5} + \frac{v_1}{20} - 3 = 0$$

qu'on solutionne pour trouver $v_1 = 32$V.

La tension v_1 est la tension aux bornes de la source de courant. Et puisqu'il y a un circuit ouvert entre a et b, aucun courant circule dans la résistance de 4Ω, et donc la tension aux bornes de la source de courant est la tension entre les noeuds a et b, ce qui donne $v_{ab,co} = 32\text{V} = v_{TH}$.

Pour calculer $i_{ab,cc}$, il faut appliquer un court circuit entre a et b, ce qui donne le circuit suivant.



Comme dans le calcul de $v_{ab,co}$, il y a deux noeuds essentiels. La méthode des tensions de noeud ne nécessitera qu'une seule équation :

$$\frac{v_2 - 25}{5} + \frac{v_2}{20} - 3 + \frac{v_2}{4} = 0$$

ce qui donne $v_2 = 16$V. Le courant de court-circuit est simplement la tension v_2 divisée par la résistance de 4Ω,

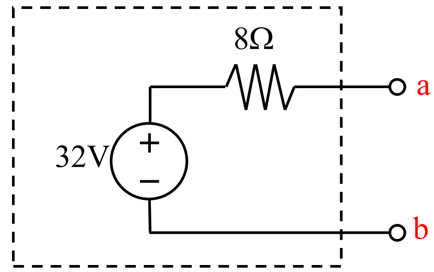
$$i_{ab,cc} = \frac{v_2}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ A}$$

La résistance Thévenin est :

$$R_{TH} = \frac{v_{TH}}{i_{cc}} = \frac{32}{4} = 8\Omega$$

Le circuit équivalent est :

Ceci veut dire que peu importe ce qu'on branche entre les noeuds a et b, ça ne fait pas de différence si on utilise le circuit original ou l'équivalent Thévenin : l'effet sur la charge est le même.



NOTE : On aurait obtenu le même résultat si on aurait fait des transformations de source.

3.4.1 Équivalent Norton

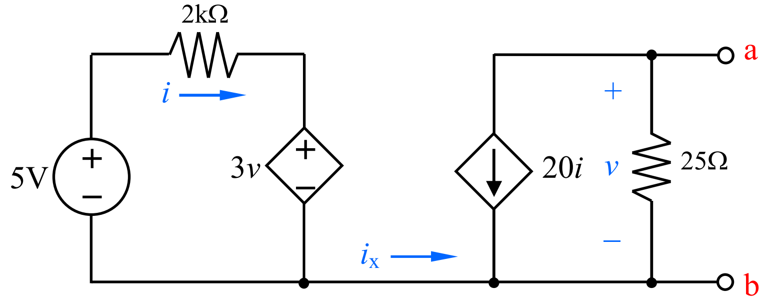
L'équivalent Norton est juste une transformation de source de l'équivalent Thévenin : c'est une source de courant en parallèle avec une résistance. On obtient donc l'équivalent Norton en faisant une transformation de source de l'équivalent Thévenin. Dans l'exemple précédent, l'équivalent Norton serait une source de courant de 4A en parallèle avec une résistance de 8Ω.

3.4.2 Utilisation des transformations de source

On peut faire des transformations de source pour obtenir l'équivalent Thévenin si le circuit ne contient pas de sources dépendantes. Si le circuit contient des sources dépendantes, il faut utiliser les méthodes habituelles.

EXEMPLE 4

Pour le circuit suivant, calculer l'équivalent Thévenin entre les bornes *a* et *b*.



Puisque le circuit contient une source dépendante, il faut faire un peu plus attention lorsqu'on résout ce circuit.

La première étape est de réaliser qu'il n'y a pas de courant qui passe entre les deux sources contrôlées ($i_x = 0$). Il n'y a pas de chemin de retour pour que le courant i_x puisse compléter une boucle. La tension Thévenin $v_{ab,co}$ est la tension aux bornes de la résistance de 25Ω. La tension aux bornes de la résistance de 25Ω est :

$$v = -Ri = -(25)(20i) = -500i$$

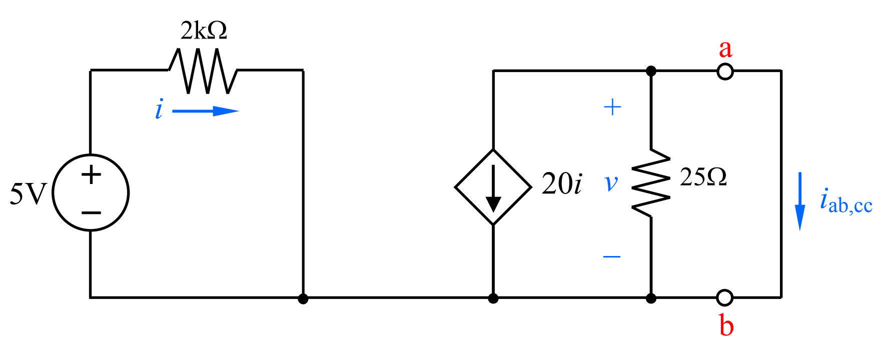
Il faut donc trouver une équation pour le courant i. Ce courant est obtenu en appliquant la loi de Kirchhoff autour de la boucle de gauche, où la tension de contrôle v est la tension $v_{ab,co}$:

$$-5 + 2000i + 3v_{ab,co} = 0$$

On a deux équations, et deux inconnues, qu'on résout pour trouver :

$$v_{ab,co} = -5 \text{ V}$$

Pour calculer le courant de court-circuit, $i_{ab,cc}$, il faut court-circuiter les bornes a et b. Cependant, en court-circuitant les bornes a et b, la tension de contrôle $v = 0$. On a donc remplacé la source de tension contrôlée par un court-circuit, comme à la figure suivante.



Selon le circuit précédent, le courant de court-circuit $i_{ab,cc}$ est le courant de la source contrôlée, puisqu'aucun courant ira dans la résistance de 25Ω.

$$i_{ab,cc} = -20i$$

Pour trouver le courant i, on applique la loi de Kirchhoff autour de la boucle de gauche :

$$-5 + 2000i = 0$$

et donc $i = 2.5$mA.

Le courant de court-circuit est :

$$i_{ab,cc} = -20i = -20(0.0025) = -50 \text{ mA}$$

On calcule finalement la résistance Thévenin :

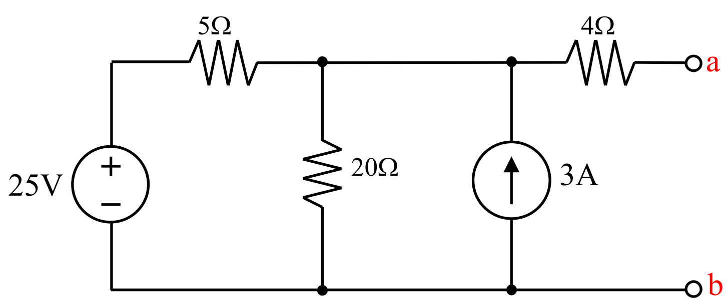
$$R_{TH} = \frac{v_{TH}}{i_{cc}} = \frac{-5}{-0.05} = 100\Omega$$

3.4.3 Cas particulier 1 : aucune source dépendante

S'il n'y a pas de sources dépendantes dans le circuit, on peut calculer R_{TH} en mettant un court-circuit aux sources de tension et un circuit ouvert aux sources de courant. La résistance équivalente entre les bornes a et b est la résistance Thévenin.

Exemple 5

Calculer la résistance Thévenin entre les bornes a et b du circuit suivant.

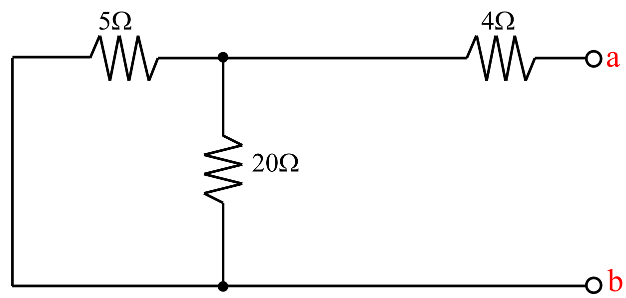


Il s'agit du même circuit que l'exemple 3. Puisque ce circuit ne contient pas de sources dépendantes, on peut utiliser la méthode simplifiée pour calculer R_{TH}. On place un court-circuit pour la source de tension, et un circuit ouvert pour la source de courant. On obtient le circuit suivant :

La résistance équivalente entre les bornes a et b est facile à calculer :

$$R_{eq} = 5\|20 + 4 = \frac{(20)(5)}{20+5} + 4 = 8\Omega$$

ce qui est la même réponse que celle obtenue à l'exemple 3.



Cette méthode est en générale beaucoup plus rapide que le calcul du courant de court-circuit. Bien qu'il faut quand même calculer V_{TH} si on cherche à faire l'équivalent Thévenin, la méthode simplifiée est plus rapide, puisqu'il s'agit seulement de calculer des résistances en série et en parallèle.

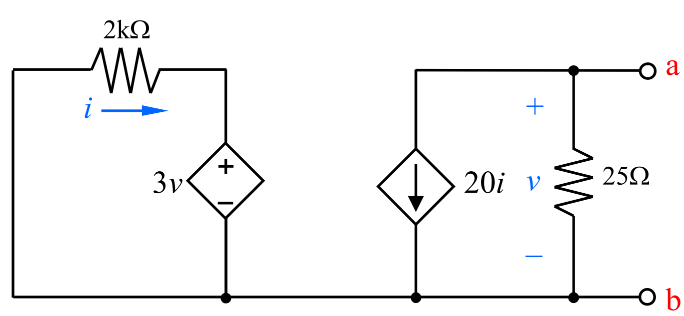
3.4.4 Cas particulier 2 : seulement des sources dépendantes

S'il y a seulement des sources dépendantes dans le circuit, on ne peut pas utiliser les méthodes habituelles pour calculer la résistance Thévenin. Il faut appliquer une source de tension v_x aux bornes a et b, puis calculer le courant i_x qui sort de la source. Le rapport v_x/i_x donne la résistance Thévenin.

Cette méthode peut aussi être utilisée s'il y a des sources indépendantes. Il faut cependant désactiver les sources indépendantes (court-circuit pour les sources de tension, circuit ouvert pour les sources de courant).

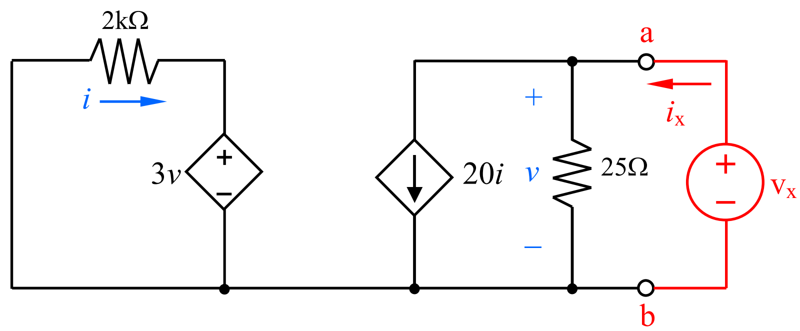
EXEMPLE 6

Calculer la résistance Thévenin entre les bornes a et b du circuit suivant.



C'est presque le même circuit que dans un autre exemple. On applique une source de tension v_x aux bornes a et b, comme à la figure suivante.

Il faut maintenant calculer le courant i_x en fonction de la tension v_x. Si on fait la somme



des courants au noeud a, on obtient :

$$i_x = 20i + \frac{v_x}{25}$$

Le courant i est obtenu en appliquant la loi de Kirchhoff des tensions autour de la boucle de gauche :

$$2000i + 3v_x = 0$$

ou,

$$i = -\frac{3v_x}{2000}$$

On combine les équations pour avoir une seule équation en fonction de i_x et v_x :

$$i_x = -20\frac{3v_x}{2000} + \frac{v_x}{25}$$

et donc :

$$\frac{i_x}{v_x} = -20\frac{3}{2000} + \frac{1}{25} = 0.01$$

Ce qui donne :

$$R_{TH} = \frac{v_x}{i_x} = 100\Omega$$

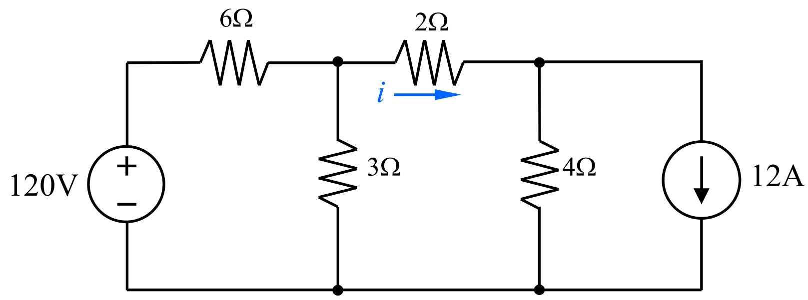
3.5 Superposition

Puisque les sources et éléments dans les circuits sont linéaires, ils obéissent aux lois des systèmes linéaires, soit la superposition. On peut analyser un circuit une source à la fois, et la réponse finale (tension ou courant) est la somme des réponses individuelles.

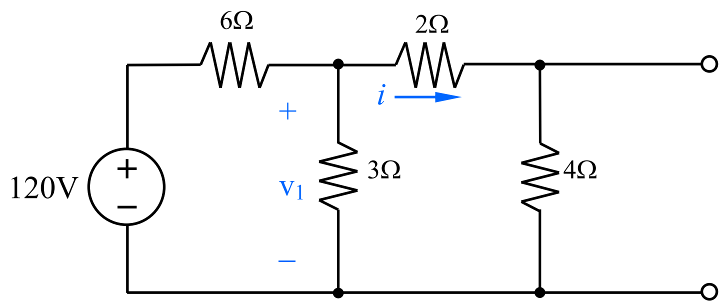
Lorsqu'on analyse un circuit par superposition, il faut désactiver toutes les sources sauf une. On remplace une source de tension indépendante par un court-circuit, et une source de courant par un circuit ouvert.

Exemple 7

Calculer le courant i du circuit suivant.



On doit désactiver l'une des deux sources (pour utiliser la méthode de superposition). On désactive la source de courant : on la remplace par un circuit ouvert, ce qui donne le circuit de la figure suivante.



Puisqu'il n'y a qu'un noeud essentiel, on utilise la méthode des tensions de noeud pour résoudre ce problème. L'équation est :

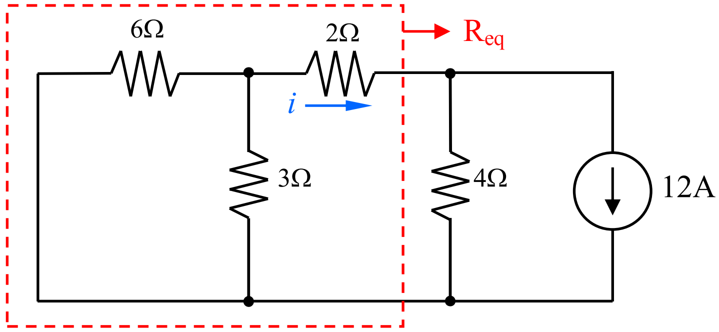
$$\frac{v_1 - 120}{6} + \frac{v_1}{3} + \frac{v_1}{2+4} = 0$$

ce qui donne $v_1 = 30$V (la résistance de 2Ω et celle de 4Ω sont en série).

Le courant est donc :

$$i_2' = \frac{v_1}{6} = \frac{30}{6} = 5 \text{ A}$$

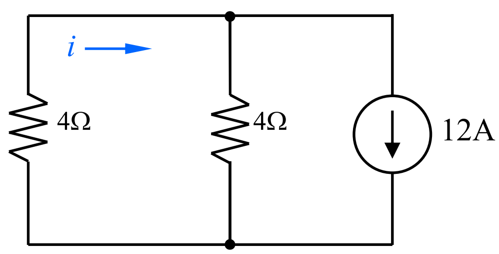
On doit maintenant analyser le circuit avec la deuxième source. On place un court-circuit à l'endroit de la source de tension, ce qui donne le circuit suivant.



On peut simplifier la partie de gauche du circuit, en combinant les résistances parallèles et en série.

$$R_{eq} = 6\|3 + 2 = \frac{(6)(3)}{6+3} + 2 = 4\Omega$$

ce qui donne le circuit suivant, un diviseur de courant.



Le courant est donc :

$$i_2'' = \frac{4}{4+4}12 = 6 \text{ A}$$

Le courant total est la somme des deux courants :

$$i_2 = i_2' + i_2'' = 5 + 6 = 11 \text{ A}$$

Bien que la superposition soit une méthode valide pour résoudre des circuits, elle nécessite souvent de résoudre plus d'équations que d'autres méthodes, puisqu'on doit analyser 2 circuits ou plus au lieu d'un seul.

Note : on ne peut pas désactiver des sources dépendantes.

3.6 Transfert maximal de puissance

Souvent, l'analyse de circuits est nécessaire pour déterminer la puissance fournie à une charge (antenne, haut-parleur, etc). On cherche maintenant à maximiser la puissance transmise à une charge. Plus le rendement (du transfert de puissance) est élevé, moins on perd de puissance en chaleur.

On commence avec un circuit quelconque, contenant des sources (tension ou courant) et des résistances, qu'on modélise de façon générale par un circuit équivalent Thévenin (voir figure 3.13). Une charge R_L est branchée à ce circuit.

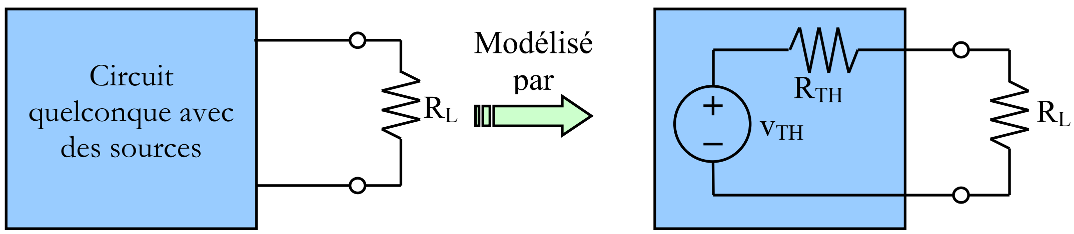


Figure 3.13 – Circuit général pour transfert maximum de puissance

La puissance consommée par la charge est :

$$p = vi = R_L i^2 = R_L \left(\frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_L} \right)^2 \tag{3.19}$$

Pour ce circuit, V_{TH} et R_{TH} sont fixes. On cherche la valeur de R_L qui permet de maximiser la puissance. Pour maximiser une fonction, il faut dériver et mettre égal à zéro :

$$\frac{dp}{dR_L} = V_{TH}^2 \left[\frac{(R_{TH} + R_L) - 2R_L}{(R_{TH} + R_L)^3} \right] = 0 \tag{3.20}$$

On solutionne pour obtenir :

$$R_L = R_{TH} \tag{3.21}$$

Il y a transfert maximum de puissance lorsque la charge est la même chose que la résistance équivalente de la source. La puissance transférée à la charge est alors :

$$p_{max} = R_{TH} \left(\frac{v_{TH}}{R_{TH} + R_{TH}} \right)^2 = \frac{v_{TH}^2}{4R_L} \tag{3.22}$$